

Joanna Górka, Magdalena Osińska
Katedra Ekonometrii i Statystyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Analiza spektralna stóp zwrotu z inwestycji w akcje

1. Wstęp

Agregacja w ekonomii i ekonometrii bywa rozumiana dwojako. Częściej używanym pojęciem jest tzw. agregacja obiektów, w przypadku której np. produkt narodowy brutto jest agregatem produkcji wytworzonej przez poszczególne przedsiębiorstwa, a indeks giełdowy może być traktowany jako zagregowane odbicie sytuacji zachodzącej na rynkach poszczególnych papierów wartościowych. W drugim rozumieniu mamy na myśli agregację czasową szeregów, które mogą być obserwowane z różną częstotliwością: np. co minutę, codziennie, co tydzień, co miesiąc itp. W niniejszym artykule wykorzystane zostaną obydwa pojęcia agregacji.

Głównym celem artykułu jest próba określenia wpływu agregacji czasowej szeregów obserwowanych na GPW w Warszawie na ich własności dynamiczne. Podstawowym przedmiotem zainteresowania są stopy zwrotu z akcji obserwowane w okresie 2.01.1995 – 31.12.2001.

Pytania postawione przed podjęciem badania były następujące:

- czy agregacja czasowa zmienia własności analizowanych procesów?
- czy istnieje możliwość wykrycia okresu cyklu (lub cykli) wspólnego dla większości szeregów obserwowanych na rynku kapitałowym?
- czy ewentualne wykrycie cyklu może mieć jakieś implikacje praktyczne?

W celu znalezienia odpowiedzi wykorzystane zostaną narzędzia z zakresu analizy spektralnej, gdyż posiadana liczba obserwacji umożliwia ich stosowanie. Agregacja obiektowa polegać będzie na tworzeniu portfeli złożonych z wybranych akcji. Portfele te, a ściślej stopy zwrotu uzyskiwane z inwestycji w nie, także poddane zostaną analizie spektralnej, celem określenia wpływu agregacji po obiektach na dynamiczne własności nowo otrzymanych procesów. Aspekty metodologiczne omówione zostaną w punktach 2 i 3, natomiast prezentacja wyników nastąpi w punktach 4 i 5. W podpunkcie 6 przedstawione zostaną wnioski z przeprowadzonych badań.

2. Reprezentacja spektralna stacjonarnych procesów finansowych

Niech z_t będzie rzeczywistym procesem stacjonarnym z bezwzględnie zbieżnym szeregiem autokowariancji $K(\tau)$. Realizację z_t można przedstawić za pomocą równania:

$$\varphi(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (1)$$

gdzie $A_0, A_1, \alpha_1, A_2, \alpha_2, \dots$ są stałymi mającymi określone wartości, zaś $\omega = \frac{2\pi}{T}$ jest częstością związaną z okresem T . Wówczas transformata Fouriera istnieje i wynosi:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} \quad (2)$$

gdzie $K(\tau) = K(-\tau)$, zaś odwrotna transformata Fouriera ma postać:

$$K(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (3)$$

Funkcja $f(\omega)$ nosi nazwę spektrum i jest: ciągła i nieujemna (por. Wei (1990)), a także parzysta i okresowa o okresie 2π ,

Wariancja procesu stacjonarnego równa się polu ograniczonemu krzywą $f(\omega)$ oraz osią ω w przedziale $[-\pi, \pi]$. Różniczka $f(\omega)d\omega$ określa udział częstości zawartych w przedziale $(\omega, \omega + d\omega)$ w ogólnej wariancji procesu, gdzie $d\omega$ jest dowolnie małym przyrostem częstości¹,

Niech dany będzie ciąg autokowariancji oraz szereg czasowy z_t , który możemy zapisać za pomocą całki Fouriera-Stieltjesa:

$$z_t = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega t} dU(\omega), \quad (4)$$

Relacja powyższa nosi nazwę *reprezentacji spektralnej procesu stacjonarnego* z_t . Funkcja $U(\omega)$ może się zmieniać z realizacji na realizację, tzn., dla każdej realizacji z_t znajduje się realizację $U(\omega)$. Jeżeli równanie jest użyte do przedstawienia wszystkich możliwych realizacji procesu z_t , to dla każdego ω , $U(\omega)$ przyjmuje wartości zespolone procesu stochastycznego. A zatem całka w równaniu (4) jest całką stochastyczną. Równość (4) jest definiowana w średnio-kwadratowym sensie.

¹ Por. Stawicki (1993), Talaga, Zieliński (1986), Zieliński (1979).

Powyższa reprezentacja zwana jest także reprezentacją Cramera. Jest to związane z twierdzeniem Kołmogorowa-Cramera, na podstawie którego każdy stacjonarny proces stochastyczny można przedstawić w postaci (4)².

Do estymacji funkcji gęstości spektralnej wykorzystuje się periodogram. Periodogramem ciągu $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ przy częstotliwości $\omega_k = \frac{2\pi k}{n}$, $k = 0, 1, \dots, [\frac{n}{2}]$ nazywamy funkcję:

$$I(\omega_k) = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=1}^n z_t e^{-it\omega_k} \right|^2. \quad (5)$$

Jeżeli ponadto $0 \leq \omega_k < \pi$, to wówczas wzór (5) przyjmuje postać:

$$I(\omega_k) = \frac{1}{\pi} \left| \sum_{t=1}^n z_t e^{-it\omega_k} \right|^2 = \frac{n}{2} (a_k^2 + b_k^2), \quad (6)$$

gdzie a_k, b_k są współczynnikami Fouriera, zaś $k = 0, 1, \dots, [\frac{n}{2}]$.

Periodogram składa się z $[\frac{n}{2}]$ wielkości opisanych równaniem (6). Pojedynczą wielkość $I(\omega_k)$ związaną z częstotliwością ω_k nazywamy *intensywnością* przy częstotliwości ω_k .

Istotność poszczególnych ω_k sprawdza się weryfikując hipotezy:

$$H_0 : a_k = b_k = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : a_k \neq 0 \vee b_k \neq 0,$$

za pomocą statystyki:

$$F = \frac{(n-3)(a_k^2 + b_k^2)}{2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{[n/2]} (a_j^2 + b_j^2)}, \quad (7)$$

która ma rozkład $F(2, n-3)$.

W praktyce, w szeregach czasowych, występują składniki okresowe o nieznannej częstotliwości.

Dla modelu opisanego wzorem:

$$Z_t = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t + \varepsilon_t, \quad (8)$$

gdzie ε_t jest białym szumem o rozkładzie $N(0, \sigma^2)$, zaś ω jest nieznaną częstotliwością, stawiamy hipotezy:

$$H_0 : \alpha = \beta = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \alpha \neq 0 \vee \beta \neq 0.$$

Niech:

$$I^{(1)}(\omega_{(1)}) = \max \{ I(\omega_k) \}.$$

Wówczas statystyka Fishera ma postać:

² Por. Stawicki (1993), Talaga, Zieliński (1986), Wei (1990).

$$T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} I(\omega_k)}. \quad (8)$$

Ponieważ hipoteza zerowa zakłada proces białego szumu dla z_t , Fisher pokazał, że:

$$P(T > g) = \sum_{j=1}^m (-1)^{j-1} \binom{N}{j} (1 - jg)^{N-1}, \quad (9)$$

gdzie $N = \lfloor n/2 \rfloor$, $g > 0$, zaś m jest największą liczbą naturalną mniejszą od $1/g$.
Zatem, dla danego poziomu istotności α , do znalezienia wartości krytycznej g_α można użyć równania (9) lub:

$$P(T > g_\alpha) = \alpha, \quad (10)$$

Do obliczenia wartości krytycznej, używa się również równania (9) w zmodyfikowanej postaci granicznej:

$$P(T > g) \cong N(1 - g)^{N-1}. \quad (11)$$

Dla małego N wartości krytyczne obliczone za pomocą wzoru (10) i (11) są bardzo dobrym przybliżeniem wartości krytycznych obliczonych za pomocą wzorów (10) oraz (9).

Relacja między periodogramem a funkcją spektrum jest następująca:

– jeśli n jest nieparzyste:

$$\hat{f}(\omega_k) = \frac{1}{4\pi} I(\omega_k), \quad k = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \quad (12)$$

– jeśli n jest parzyste:

$$\hat{f}(\omega_{n/2}) = \frac{1}{2\pi} I(\omega_{n/2}). \quad (13)$$

W celu wygładzenia funkcji gęstości spektralnej wykorzystuje się tzw. okna spektralne. W obliczeniach przygotowanych dla celu prezentowanego referatu wykorzystane zostało okno Parzena, postaci:

$$\lambda_M(\omega) \cong \frac{3}{8\pi M^3} \left[\frac{\sin(\omega M/4)}{1/2 \sin(\omega/2)} \right]^4 \quad (14)$$

gdzie M przyjmuje wartości parzyste. Okno Parzena przyjmuje wartości dodatnie dla dowolnych częstości, co implikuje, że estymator gęstości spektralnej przyjmuje wartości nieujemne.

3. Istota analizy portfelowej

Podstawowymi pojęciami charakteryzującymi inwestycje w papiery wartościowe są stopa zwrotu oraz ryzyko nieosiągnięcia oczekiwanej stopy zwrotu.

Stopą zwrotu nazywamy dochód przypadający na jednostkę zainwestowanego kapitału. Korzystając z danych historycznych mierzy się oczekiwaną stopę zwrotu jako średnią arytmetyczną stopę mierzoną w przeszłości dla każdego okresu t . Ryzyko wiąże się bezpośrednio ze zróżnicowaniem możliwych do osiągnięcia zysków z tytułu posiadania papieru. Stąd też najczęstszą miarą ryzyka jest odchylenie standardowe stopy zwrotu.

Portfel papierów wartościowych jest to zestaw papierów wartościowych, które posiada inwestor. Portfel zawiera więc tyle składników, ile różnych rodzajów papierów wartościowych w nim występuje. Szczególnym przypadkiem portfela jest portfel jednoskładnikowy, czyli zawierający tylko jeden rodzaj papieru wartościowego. W momencie, gdy inwestor decyduje się na konstrukcję portfela wieloskładnikowego, zbiór możliwości istotnie wzrasta, a zależność pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu portfela i odchyleniem jego stopy zwrotu nie jest w prosty sposób zależna od analogicznych wartości poszczególnych składników. Proces konstrukcji portfela wieloskładnikowego nazywa się dywersyfikacją portfela.

Teoria portfela dotyczy inwestycji w akcje więcej niż jednej spółki w taki sposób, aby osiągnąć korzyść z jednoczesnego zwiększenia dochodu i zmniejszenia ryzyka inwestycji. Teoria ta wykorzystuje pojęcie korelacji stóp zwrotu (ρ_{ij}), czyli wzajemnych związków pomiędzy zmianami stóp zwrotu poszczególnych spółek. Pomiaru korelacji dokonuje się za pomocą współczynnika korelacji stóp zwrotu, wykorzystującego rozkład stóp zwrotu dwóch spółek.

W myśl agregacji obiektów, portfel akcji wielu spółek może być traktowany jako "syntetyczna spółka", a zatem można mówić o oczekiwanej stopie zwrotu i ryzyku portfela. W celu określenia portfela niezbędne jest podanie udziałów wartościowych (sumowanych do jedności) spółek w portfelu.

Oczekiwana stopa zwrotu portfela n spółek dana jest wzorem:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i R_i, \quad (15)$$

gdzie:

w_i – udział i -tej spółki w portfelu,

R_i – oczekiwana stopa zwrotu akcji i -tej spółki.

Jest to więc średnia ważona oczekiwanych stóp zwrotu portfela, gdzie wagami są udziały poszczególnych spółek w portfelu. Wariancja stopy zwrotu i ryzyko portfela wynoszą odpowiednio:

$$V_p = \sum_{i=1}^n w_i^2 s_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j s_{i1} s_j \rho_{ij}, \quad (16)$$

$$s_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 s_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j s_{i1} s_j \rho_{ij}}. \quad (17)$$

Z uwagi na fakt że wszystkie portfele ze względu na dochód i ryzyko są zdominowane przez portfele efektywne, inwestowanie na rynku kapitałowym należy ograniczyć wyłącznie do portfeli efektywnych. Jednym z portfeli efektywnych jest portfel o minimalnym ryzyku.

Udział akcji w portfelu o minimalnym ryzyku wyraża się następującym wzorem:

$$w = C^{-1}l, \quad (18)$$

gdzie:

w – jest wektorem liczący $n+1$ składników, z których pierwsze n to udziały akcji w portfelu o minimalnym ryzyku,

l – oznacza wektor liczący $n+1$ składników, z których pierwsze n to jedynki, a ostatnie to zero,

C – macierz o wymiarach $(n+1) \times (n+1)$, której elementy są określone następująco:

$$c_{ii} = 2s^2, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$c_{ij} = 2s_i s_j \rho_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n, i \neq j,$$

$$c_{i,n+1} = c_{n+1,i}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$c_{n+1,n+1} = 0.$$

Na rynku finansowym obok inwestycji z definicji obarczonych ryzykiem, jak akcje, istnieją również inwestycje wolne od ryzyka, takie jak zakup bonów skarbowych. Stopa zwrotu instrumentów wolnych od ryzyka nazywana jest stopą zwrotu wolną od ryzyka. Zagadnienie tworzenia portfela z uwzględnieniem instrumentów wolnych od ryzyka można traktować jako problem tworzenia portfela dwuskładnikowego, gdzie jednym składnikiem jest portfel akcji (czyli instrumentów ryzykownych), zaś drugim instrumenty wolne od ryzyka³. Oczekiwana stopa zwrotu i odchylenie standardowe tego portfela wyrażają się wzorami:

$$R_p = w_f R_f + (1 - w_f) R_e, \quad (19)$$

$$s_p = (1 - w_f) s_e, \quad (20)$$

gdzie:

R_f – stopa wolna od ryzyka,

R_e – stopa zwrotu portfela akcji,

s_e – odchylenie standardowe portfela akcji,

w_f – udział w portfelu instrumentów wolnych od ryzyka.

Łatwo zauważyć z powyższych wzorów, iż w miarę wzrostu udziału instrumentów wolnych od ryzyka w portfelu, obserwuje się liniowy spadek dochodu i ryzyka. Wówczas efektywny zbiór rozwiązań, zwany linią rynku kapitałowego, dany jest wzorem:

³ K.Jajuga, T.Jajuga (2001).

$$R = R_f + \frac{R_M - R_f}{s_M} s, \quad (21)$$

gdzie:

R – oczekiwana stopa zwrotu portfela efektywnego,

s – odchylenie standardowe portfela efektywnego,

R_M – oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego,

s_M – odchylenie standardowe stopy zwrotu portfela rynkowego.

Linia rynku kapitałowego dominuje nad zbiorem efektywnym wyznaczonym tylko dla portfela akcji. Jedynym punktem wspólnym obu zbiorów efektywnych jest punkt M , zwany portfelem rynkowym. Innymi słowy linia rynku kapitałowego jest zbiorem portfeli efektywnych zestawionych z inwestycji bez ryzyka F oraz portfela rynkowego inwestycji ryzykownych M . Przekształcając powyższy wzór można również powiedzieć, że linia rynku kapitałowego jest zbiorem portfeli, dla których cena jednostkowa ryzyka jest stała i wynosi:

$$\frac{R - R_f}{s} = \frac{R_M - R_f}{s_M}. \quad (22)$$

To, który portfel efektywny zostanie wybrany przez inwestora, określone jest udziałem instrumentów wolnych od ryzyka w portfelu. Portfel rynkowy (M) składa się wyłącznie z akcji, zaś przesuwanie się "w lewo" po linii rynku kapitałowego oznacza zwiększanie udziału instrumentów wolnych od ryzyka w portfelu, czyli prowadzi do spadku ryzyka i spadku oczekiwanej stopy zwrotu. Różnicę między oczekiwaną stopą zwrotu portfela rynkowego, a stopą wolną od ryzyka nazywamy rynkową premią za ryzyko.

Warto zauważyć, że zakup instrumentów wolnych od ryzyka traktować można jako udzielenie kredytu emitentowi tych instrumentów. Zatem przesuwanie się "w lewo" po linii rynku kapitałowego poprzez zwiększenie udziału instrumentów wolnych od ryzyka w portfelu, czyni inwestora w coraz większej proporcji kredytodawcą. Analogicznie portfele z linii rynku kapitałowego położone "na prawo" od portfela rynkowego charakteryzują się ujemnym udziałem instrumentów wolnych od ryzyka. Inwestor staje się kredytobiorcą, zaciągając kredyt na zakup papierów wolnych od ryzyka.

4. Agregacja czasowa stóp zwrotu z inwestycji w akcje

Z punktu widzenia hipotezy rynku efektywnego stopy zwrotu z inwestycji w akcje powinny charakteryzować się własnościami białego szumu, który posiada stałą funkcję gęstości spektralnej. Niniejsza praca stanowi kolejną już w cyklu analiz własności stóp zwrotu z papierów wartościowych notowanych na WGPW (por. Górka, Osińska (2001) i (2002)).

Do badania przyjęte zostały dane dzienne, tygodniowe, obserwowane w każdy czwartek oraz miesięczne z każdego ostatniego dnia notowań w miesiącu. Obliczenia wykonane zostały dla wszystkich spółek notowanych na WGPW w całym badanym okresie.

Najważniejsze spostrzeżenia można podsumować następująco:

- dla danych dziennych istotnych było bardzo wiele częstości, na podstawie których trudno mówić o jakiejś prawidłowości w zakresie cykliczności,
- w wielu przypadkach powtórzyła się cykliczność dla danych dziennych, tygodniowych i miesięcznych, jak na przykład:
 - 912 dni = 182 tygodnie = 41 miesięcy dla spółki Agros i indeksu WIRR,
 - 261 dni = 52 tygodnie = 11,71 miesięcy dla spółek Agros i Krakchem,
 - 54 dni = 10,71 tygodnia = 2,4 miesiąca dla spółek Irena, Mostalwr oraz Rafako,
 - 52 tygodnie = 11,71 miesięcy dla spółek Agros, Jelfa, Krakchem, Mostalex i Polifarbc oraz indeksów WIG, WIG20 i WIRR,
 - 13 dni = 2,5 tygodnia dla spółek: Bsk, Dębica, Elektrim, Exbud, Kablehold, Kredytb, Optimus, Prochem, Żywiec oraz indeksów WIG, WIG20, WIRR.

Oznacza to, że na ogół ceny akcji zachowują się w sposób zróżnicowany, ale można znaleźć przykłady prawidłowości zarówno dla poszczególnych walorów jak dla całej giełdy. Więcej szczegółowych wyników zaprezentowanych zostało w pracy Górka, Osińska (2002).

5. Analiza własności dynamicznych portfeli akcji

Spośród akcji, dla których przybliżona okresowość powtórzyła się dla danych obserwowanych dziennie, tygodniowo lub miesięcznie utworzone zostały przykładowe portfele efektywne. Portfele tworzone były w oparciu o dane miesięczne i tygodniowe. Roczna stopę wolną od ryzyka przyjęto a priori na poziomie 6%. Portfel 1 zawiera spółki, których okresowość, potwierdzona analizą przeprowadzoną w poprzednim punkcie powtarzała się dla danych dziennych, tygodniowych i miesięcznych, w portfelu 2 znalazły się akcje z okresowością dla danych tygodniowych i miesięcznych, natomiast w portfelu 3 akcje z okresowością dzienną i tygodniową.

Odpowiednie informacje zostały zamieszczone w tablicach 1-3 .

Tabela 1. Portfele dla danych miesięcznych ze zwykłą stopą zwrotu.

Portfele	Spółki	Portfel optymalny			Portfel z $\min(S_p)$		
		Udział	R_p	Okres	Udział	R_p	Okres
Portfel 1	Irena	52,9%	1,33%	2,48*	45%	1,3%	2,48*
	Mostalwr	47,1%			46,1%		

	Rafako	0%			8,9%		
Portfel 2	Agros	0%	2,26%	11,71*	6,9%	1,01%	11,71**
	Jelfa	100%			39,8%		
	Krakchem	0%			21,2%		
	Mostalex	0%			30,6%		
	Polifarb	0%			1,5%		

* - istotny okres względem testu F,

** - istotny okres względem testu F i testu T.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Portfele dla danych tygodniowych ze zwykłą stopą zwrotu.

Portfele	Spółki	Portfel optymalny			Portfel z $\min(S_p)$		
		Udział	R_p	Okres	Udział	R_p	Okres
Portfel 1	Irena	73%	0,21%	10,71*	32%	0,15%	10,71**
	Mostalwr	27%			39%		
	Rafako	0%			28%		
Portfel 2	Agros	0%	0,44%	52*	15,6%	0,12%	52**
	Jelfa	100%			27,1%		
	Krakchem	0%			21,9%		
	Mostalex	0%			20,4%		
	Polifarb	0%			15%		
Portfel 3	Bsk	32%	0,54%	3,5*	6%	0,25%	24,3*
	Dębica	0%			14%		
	Elekrim	0%			0%		
	Exbud	0%			8%		
	Kablehold	47%			0%		
	Kredytyb	0%			15%		
	Optimus	22%			3%		
	Prochem	0%			18%		
	Żywiec	0%			37%		

* - istotny okres względem testu F,

** - istotny okres względem testu F i testu T.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Portfele budowane dla logarytmicznych stop zwrotu z kryterium $\min(S_p)$.

Portfele	Spółki	Dane tygodniowe		Dane miesięczne	
		Udział	Okres	Udział	Okres
Portfel 1	Irena	33%	10,71**	45,8%	2,48*

	Mostalwr	40%		40,5%	
	Rafako	27%		13,7%	
Portfel 2	Agros	14,3%	52**	9,7%	11,71**
	Jelfa	26,6%		30,4%	
	Krakchem	21,2%		19,4%	
	Mostalex	21,7%		32,7%	
	Polifarb	16,2%		7,7%	
Portfel 3	Bsk	7%	24,3*		
	Dębica	15%			
	Elekrim	0%			
	Exbud	7%			
	Kablehold	0%			
	Kredytb	14%			
	Optimus	3%			
	Prochem	17%			
Żywiec	37%				

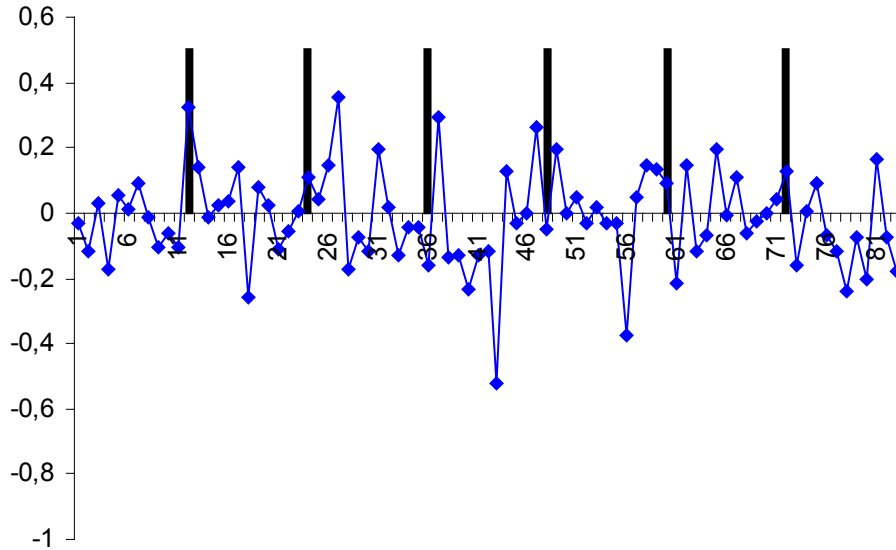
* - istotny okres względem testu F,

** - istotny okres względem testu F i testu T.

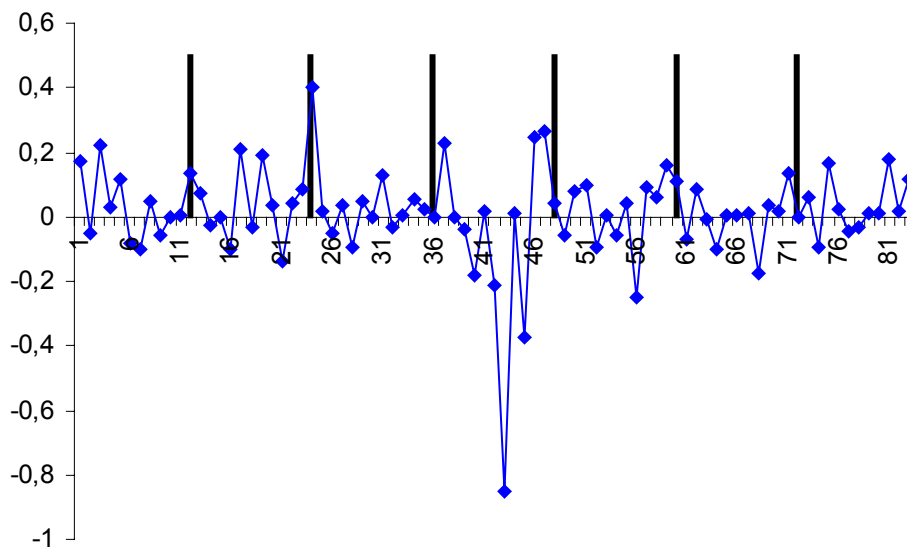
Źródło: opracowanie własne.

Uzyskane wyniki pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

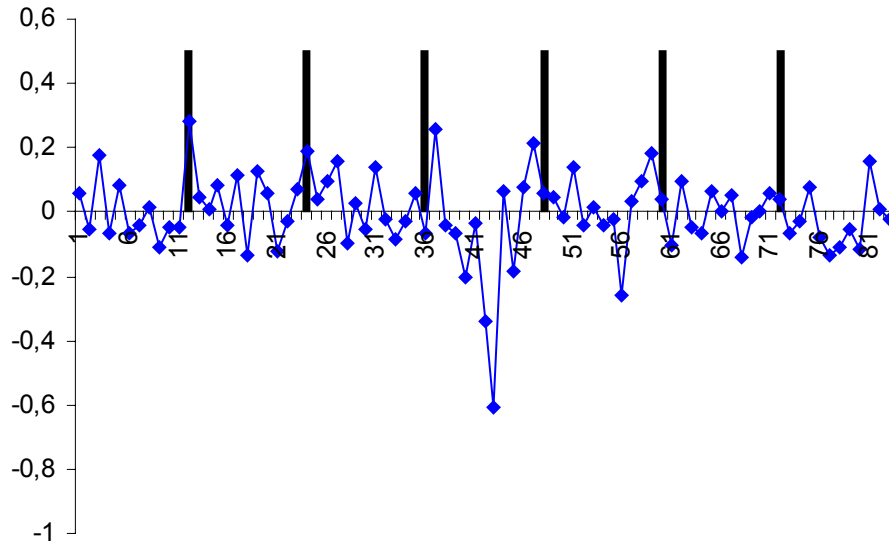
- portfele 1 i 2 przenoszą przybliżoną okresowość stóp zwrotu składających się na nie spółek na stopę zwrotu z portfeli akcji, tzn. na podstawie zachowania się jednej spółki inwestor może próbować przewidzieć zachowanie się portfela (por. wykresy 1-3);
- w portfelu 2 okresowość jest bardziej istotna, ponieważ została potwierdzona dwoma testami statystycznymi, tj. testem F oraz T;
- w portfelu 3 widoczne są efekty dywersyfikacji, tzn. portfel jako agregat posiada okresowość odmienną, aniżeli spółki wchodzące w jego skład;
- wnioski dotyczące zwykłych stóp zwrotu potwierdzają się przy zastosowaniu logarytmicznych stóp zwrotu, chociaż poszczególne udziały nieco się różnią.



Rys 1. Logarytmiczne stopy zwrotu (dane miesięczne) dla cen akcji spółki Mostalex, słupki oznaczają okres 12 miesięcy.



Rys 2. Logarytmiczne stopy zwrotu (dane miesięczne) dla cen akcji spółki Jelfa, słupki oznaczają okres 12 miesięcy.



Rys 3. Logarymiczne stopy zwrotu (dane miesięczne) dla Portfela 2 z $\min(S_p)$, słupki oznaczają okres 12 miesięcy.

6. Uwagi końcowe

Analiza spektralna jest narzędziem rzadko wykorzystywanym w badaniach szeregów finansowych. Okazuje się, jednak że pozwala ona na wykrycie pewnych prawidłowości niemożliwych do opisanie innymi metodami. Pojawienie się tych prawidłowości jest dowodem na słabość hipotezy rynku efektywnego. Nie należy jednak traktować tych spostrzeżeń zbyt rygorystycznie. Wydaje się rozsądne przyjęcie hipotezy rynku efektywnego jako koncepcji granicznej, do której rynek finansowy niekiedy dochodzi. Obecność inwestorów nieracjonalnych, przywiązanych do określonych spółek lub stosujących pewne strategie np. kup i trzymaj, wskazuje jednak, że stosowanie ilościowych metod pozwalających na wykrywanie prawidłowości może przynieść wymierne efekty finansowe. Z przedstawionych przykładów portfeli wynika możliwość praktycznego zastosowania otrzymanych wyników.

Literatura

- Cuthbertson K., (1996), *Quantitative Financial Economics*, Wiley.
- Górka J., Osińska M., (2001), Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych w świetle analizy spektralnej, w: *Dynamiczne Modele Ekonometryczne*, Wyd. UMK, Toruń.
- Górka J., Osińska M., (2002), Time aggregation in financial time series – spectral analysis, w: *Dynamic Econometric Models V*, Wyd. UMK, Toruń.
- Jajuga K., Jajuga J., (2001) *Inwestycje*, PWN, Warszawa.
- Jajuga K. (red.), (2001), *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*. Wyd. AE, Wrocław.
- Stawicki J., (1993), *Metody filtracji w modelowaniu procesów ekonomicznych*, rozprawy, UMK, Toruń.
- Talaga L., Zieliński Z., (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa.
- Wei W.W.S., (1990), *Time series analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, Berlin.
- Zieliński Z., (1979), *Metody analizy dynamiki i rytmiczności zjawisk gospodarczych*, PWN, Warszawa.