

Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych a modele klasy Sign RCA[♦]

Wstęp

Wprowadzenie losowego parametru do modelu autoregresyjnego zwiększa możliwości aplikacyjne tego modelu, gdyż pozwala na uwzględnienie podwyższonej kurtozy i grubych ogonów rozkładów. Jednak, model RCA jest wstanie modelować zmienną wariancję tylko w przypadku, gdy jest ona opisana za pomocą modelu ARCH. Stąd, modyfikacja modelu RCA polegająca na rozszerzeniu modelu RCA o model GARCH. Inną modyfikacją modelu RCA jest wprowadzenie do modelu RCA funkcji znaków, która pozwala na modelowanie asymetrii reakcji stóp zwrotu na różne informacje pochodzące z rynku oraz podwyższa wartości kurtozy procesu. Jeszcze inną modyfikację można znaleźć szczególnie w pracach Thavaneswaran i innych, która polega na rozszerzeniu modelu RCA o część MA. Wszystkie wymienione uogólnienia modelu RCA mająca wspólny mianownik w postaci losowego parametru autoregresyjnego, stąd też tego typu modele nazywa się modelami klasy Sign RCA (ang. a Family Sign RCA Models). W literaturze przedmiotu znaleźć można część informacji dotyczących strony teoretycznej tych modeli, niemniej jednak brak jest aplikacji empirycznych.

Celem artykułu jest zbadanie efektów agregacji¹ czasowej, modeli z klasy Sign RCA, dla danych finansowych.

1. Modele klasy Sign RCA

Modele autoregresyjne z losowymi parametrami (ozn. RCA) są naturalnym uogólnieniem klasycznych liniowych modeli autoregresyjnych. Pełny opis tych modeli wraz z własnościami i metodami estymacji jako pierwsi przedstawili Nicholls i Quinn [Nicholls i Quinn, 1982]. Modele RCA przegrały konkurencję z modelami z klasy GARCH [Bollerslev, 1986; Engle, 1982], które ze względu na swą prostotę, łatwość poddawania się estymacji oraz dużym możliwością opisowym różnych aspektów nieliniowej dynamiki rynków finansowych cieszyły i cieszą się znacznie większą popularnością wśród badaczy. Niemniej jednak w ostatniej dekadzie można zauważyć ponowne zainteresowanie badaczy modelami klasy RCA, wynikiem czego było powstanie modyfikacji tego modelu.

* Dr, Katedra Ekonometrii i Statystyki Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania UMK w Toruniu, adres e-mail: joanna.gorka@uni.torun.pl.

♦ Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy.

¹ W niniejszym artykule agregacja rozumiana jest, jako agregacja czasowa szeregów, które mogą być obserwowane z różną częstotliwością: np. co minutę, codziennie, co tydzień, co miesiąc itp..

W tabeli 1 zaprezentowane zostały równania poszczególnych modeli (bez założeń) oraz odpowiednie ich nazwy.

Tabela 1. Modele klasy Sign RCA (bez założeń)

Model	Równania modelu	Równanie
RCA(1)	$y_t = (\phi + \delta_t)y_{t-1} + \varepsilon_t$	I
Sign RCA(1)	$y_t = (\phi + \delta_t + \Phi s_{t-1})y_{t-1} + \varepsilon_t$	II
RCA(1)-MA(1)	$y_t = (\phi + \delta_t)y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$	III
Sign RCA(1)-MA(1)	$y_t = (\phi + \delta_t + \Phi s_{t-1})y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$ $y_t = (\phi + \delta_t)y_{t-1} + \varepsilon_t,$	IV
RCA(1)-GARCH(1,1)	$\varepsilon_t = \sqrt{h_t}z_t$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1h_{t-1}$ $y_t = (\phi + \delta_t + \Phi s_{t-1})y_{t-1} + \varepsilon_t,$	V
Sign RCA(1)-GARCH(1,1)	$\varepsilon_t = \sqrt{h_t}z_t$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1h_{t-1}$	VI

[gdzie s_t jest funkcją znaku opisaną równaniem (3); ϕ , θ , Φ , α_i , β_1 są parametrami modeli.]

Źródło: opracowanie własne.

Aby istniały modele I-VI muszą być spełnione następujące założenia:

$$\begin{pmatrix} \delta_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim_{iid} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{pmatrix} \right), \quad (1)$$

$$\phi^2 + \sigma_\delta^2 < 1. \quad (2)$$

Funkcja znaku określona jest wzorem:

$$s_t = \begin{cases} 1 & \text{dla } y_t > 0 \\ 0 & \text{dla } y_t = 0, \\ -1 & \text{dla } y_t < 0 \end{cases} \quad (3)$$

i ma ciekawą interpretację. Otóż, jeżeli $\phi + \delta_t > |\Phi|$, to ujemna wartość Φ oznacza, że dla ujemnych (dodatnich) wartości procesu y w czasie $t-1$ maleją (rosną) wartości procesu y w czasie t . W przypadku stóp zwrotu oznacza to, że po spadkach notowań następują większe niż oczekiwane spadki notowań, natomiast w przypadku wzrostu notowań następują mniejsze niż oczekiwane wzrosty notowań.

Warunek (2) jest warunkiem koniecznym i wystarczającym stacjonarności drugiego rzędu procesu opisanego równaniem I, natomiast warunki (1)-(2) gwarantują ścisłą stacjonarność tego procesu. Spełnienie warunków (1)-(2) gwarantuje również stacjonarność w średniej dla modeli: II-IV. Teoretyczne własności procesów opisanych równaniami I-VI i spełniających warunki (1)-(2) można znaleźć w pracach dotyczących tej tematyki [Appadoo, Thavaneswaran i Singh,

2006; Aue, 2004; Górka, 2007; Thavaneswaran, Appadoo i Bector, 2006; Thavaneswaran i Appadoo, 2006].

Reszty modelu RCA mogą być opisane poprzez model GARCH [Thavaneswaran, Peiris i Appadoo, 2008; Thavaneswaran, Appadoo i Ghahramani, 2009]. Wówczas otrzymujemy model RCA(1)-GARCH(p,q) opisany równaniami V, gdzie $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ oraz $\beta_j \geq 0$.

Wprowadzenie, do modelu RCA-GARCH, funkcji znaku daje model opisany równaniem VI [Thavaneswaran, Appadoo i Ghahramani, 2009], natomiast restrakcje zapewniające dodatnią wartość wariancji warunkowej tego modelu są następujące: $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $|\Phi| \leq \alpha_0$.

2. Dane

Przedmiotem badań było 41 szeregów czasowych będących procentowymi logarytmicznymi stopami zwrotu z 8 indeksów oraz 33 spółek giełdowych notowanych na GWP w Warszawie. Przeanalizowane zostały dane dzienne, tygodniowe² oraz miesięczne³ z okresu od 30 listopada 1998 roku do 4 listopada 2008 roku, co w sumie dało dla każdego szeregu 118 danych miesięcznych, 493 danych tygodniowych oraz 2490 danych dziennych.

W pierwszej kolejności obliczone zostały podstawowe statystyki (patrz tabela 2) oraz wybrane testy. Analizując wyniki statystyk opisowych można zauważyć, że w większości przypadków wraz z agregacją:

- rośnie, co do modułu, wartość średniej,
- rośnie wartość odchylenia standardowego,
- maleje wartość kurtozy.

Tabela 2. Podstawowe charakterystyki rozkładów procentowych stóp zwrotu

Spółka/Indeks	średnia			odchylenie st,		
	d	t	m	d	t	m
ALMA	0,080	0,383	1,611	3,04	6,98	15,00
AMICA	-0,027	-0,144	-0,593	2,51	6,33	13,25
BANKBPH	-0,054	-0,286	-1,293	4,64	10,74	22,34
BRE	0,036	0,192	0,665	2,40	5,88	12,56
BUDIMEX	0,057	0,263	1,155	2,45	5,91	11,25
BZWBK	0,051	0,262	0,997	2,33	5,39	10,25
DEBICA	-0,011	-0,071	-0,226	1,90	4,70	10,15
EFEKT	0,003	-0,002	-0,066	3,09	6,94	13,63
ELBUDOWA	0,062	0,312	1,248	2,31	5,40	10,99
GRAJEW	0,038	0,138	0,425	2,98	6,44	12,62
HANDLOWY	0,005	0,012	0,013	1,91	4,83	9,62
INDYKPOL	-0,001	-0,037	-0,144	3,71	6,45	13,93
INGBSK	0,035	0,163	0,661	1,79	4,29	8,83
IRENA	0,009	0,050	0,142	2,88	6,29	11,38

² Obserwowane dane z każdego ostatniego dnia notowań w tygodniu.

³ Dane z każdego ostatniego dnia notowań w miesiącu.

JUTRZENKA	0,036	0,142	0,528	2,63	6,70	13,02
KABLE	0,017	0,073	0,343	3,75	8,71	20,51
KREDYTB	-0,004	-0,020	-0,092	2,01	4,84	9,65
KROSNO	-0,011	-0,087	-0,363	2,57	5,73	12,17
MIESZKO	-0,025	-0,141	-0,621	3,29	8,11	14,30
MILLENNIUM	0,000	0,053	0,168	3,09	7,28	16,00
MOSTALEXP	-0,013	-0,082	-0,549	3,59	8,40	18,68
MOSTALWAR	0,050	0,220	0,853	2,70	6,66	15,64
MOSTALZAB	-0,045	-0,274	-1,185	3,74	9,21	21,45
OPTIMUS	-0,150	-0,783	-3,275	4,56	10,56	21,79
PEKAO	0,050	0,242	0,884	2,20	5,15	8,70
PROCHNIK	-0,115	-0,601	-2,553	5,15	9,60	23,18
RAFAKO	-0,016	-0,088	-0,342	3,44	7,87	17,89
STALEXP	-0,102	-0,543	-2,291	4,09	9,31	17,79
SWARZEDZ	-0,082	-0,436	-1,695	3,86	8,34	18,07
SYGNITY	-0,031	-0,189	-0,802	2,85	7,36	13,49
TPSA	0,010	0,045	0,146	2,29	5,33	10,79
VISTULA	0,059	0,290	1,027	3,15	7,49	14,90
WIG	0,037	0,178	0,676	1,40	3,44	7,25
WIG20	0,021	0,093	0,327	1,66	4,00	8,04
WIG-BANKI	0,053	0,267	1,016	1,59	3,90	7,95
WIG-BUDOW	0,059	0,284	1,132	1,50	3,81	8,21
WIG-INFO	-0,006	-0,047	-0,238	2,06	4,94	11,32
WIG-PL	0,037	0,178	0,674	1,41	3,44	7,27
WIG-SPOZYW	0,007	0,034	0,126	1,32	3,20	7,48
WIG-TELKOM	0,000	-0,008	-0,074	2,17	5,12	10,63
ZYWIEC	0,009	0,040	0,137	1,65	3,59	6,88
Spółka/Indeks	skośność			kurtoza		
	d	t	m	d	t	m
ALMA	0,329	0,517	0,443	6,00	6,34	3,92
AMICA	0,187	0,700	0,234	8,29	12,85	4,13
BANKBPH	-34,715	-16,453	-8,094	1533,58	330,35	79,51
BRE	-0,194	-0,398	-1,070	6,48	6,51	5,71
BUDIMEX	0,440	0,644	0,232	7,65	8,81	3,23
BZWBK	0,033	-0,110	-0,475	4,74	5,59	3,16
DEBICA	-0,188	-0,461	-1,190	9,73	10,49	8,98
EFEKT	0,307	0,286	-0,233	8,33	5,91	4,34
ELBUDOWA	0,472	0,233	0,219	6,29	5,57	4,40
GRAJEWO	-1,228	-0,046	-0,936	25,54	14,73	7,44
HANDLOWY	-0,257	-0,553	-0,083	12,38	8,94	5,59
INDYKPOL	-0,438	0,666	0,917	9,13	6,50	5,73
INGBSK	0,190	-0,288	-0,585	8,00	6,80	3,94
IRENA	0,496	-0,036	-0,123	9,28	8,83	6,10
JUTRZENKA	0,466	0,350	-0,236	11,13	10,50	4,56
KABLE	3,482	1,763	2,219	63,79	14,46	12,33
KREDYTB	-0,406	0,064	-0,683	11,60	6,49	4,55
KROSNO	-1,712	-1,761	-1,281	39,45	21,07	9,13
MIESZKO	-8,604	-5,775	-2,050	268,19	94,48	17,97
MILLENNIUM	0,395	0,380	1,449	11,74	7,50	13,14

MOSTALEXP	0,729	0,538	0,325	11,37	6,92	8,15
MOSTALWAR	-0,369	0,378	-1,078	9,33	6,99	10,56
MOSTALZAB	0,046	-0,190	-1,112	11,30	8,73	9,99
OPTIMUS	-3,723	-2,082	0,065	95,15	27,28	10,87
PEKAO	0,139	0,816	-0,303	4,93	11,82	4,12
PROCHNIK	0,609	1,257	2,110	9,92	11,78	12,72
RAFAKO	-16,570	-5,945	-2,954	578,48	88,61	24,56
STALEXP	0,710	-0,005	0,113	10,85	7,77	3,59
SWARZEDZ	0,444	-0,632	0,285	14,66	7,40	5,69
SYGNITY	0,347	0,635	-0,047	9,16	8,97	4,86
TPSA	0,223	0,551	0,514	4,61	5,86	5,38
VISTULA	0,900	1,590	0,539	13,88	18,99	5,05
WIG	-0,276	0,052	-0,600	5,77	6,84	4,10
WIG20	-0,142	0,341	-0,277	5,22	7,18	3,52
WIG-BANKI	-0,089	-0,162	-0,999	6,01	7,54	5,08
WIG-BUDOW	-0,040	0,119	-0,073	5,71	4,89	3,35
WIG-INFO	0,022	0,304	0,292	5,65	5,04	4,46
WIG-PL	-0,272	0,063	-0,582	5,72	6,71	4,01
WIG-SPOZYW	-0,402	-0,335	0,034	9,02	5,91	4,28
WIG-TELKOM	0,071	0,362	0,296	4,60	5,19	4,56
ZYWIEC	0,356	1,322	0,357	8,23	10,65	5,37

[gdzie: d - dane dzienne, t - dane tygodniowe, m - dane miesięczne.]

Zródło: obliczenia własne.

W przypadku wartości momentu trzeciego, nie można wyciągnąć jednoznacznych wniosków. Podobnie jest w przypadku testu na autokorelację rzędu pierwszego (test Boxa-Ljunga), gdzie dla danych dziennych i tygodniowych liczba szeregów charakteryzujących się istotną⁴ autokorelacją jest podobna (8 dla danych miesięcznych i 9 dla danych tygodniowych), natomiast dla danych dziennych 27 stóp zwrotu cen akcji spółek charakteryzowało się istotną autokorelacją. Niemniej jednak z faktu, że np. dla danych miesięcznych występowała autokorelacja nie musi wynikać, że dla danych tygodniowych czy dziennych też musi występować autokorelacja i odwrotnie. Tylko dla stóp zwrotu cen akcji Jutrzenki oraz WIGu-Budowlanego dla wszystkich poziomów agregacji występowała autokorelacja. Analiza wyników testów Bery-Jarque i Engla, pozwala sformułować tylko bardzo ogólne wnioski:

- wraz ze wzrostem agregacji maleje liczba stóp zwrotu charakteryzujących się efektem ARCH, przy czym wnioski wynikające z analizy danych jednego stopnia agregacji nie muszą znaleźć potwierdzenia w wynikach dla danych innego stopnia agregacji,
- stopy zwrotu o wysokiej częstotliwości nie charakteryzują się rozkładem normalnym, natomiast wśród stóp zwrotu o niskiej częstotliwości (dane miesięczne) można wskazać stopy zwrotu posiadające rozkład normalny (choć nie jest to częsty przypadek).

⁴ Przy zadanym 5% poziomie istotności.

Dalszą analizę przeprowadzono dla wszystkich szeregów czasowych stóp zwrotu, gdyż modele klasy RCA występują również wówczas, gdy nie występuje autokorelacja szeregu czasowego [Górka, 2009].

3. Wyniki badań

Parametry strukturalne oraz parametry struktury stochastycznej poszczególnych modeli z klasy Sign RCA zostały oszacowane metodą największej wiarygodności z wykorzystaniem autorskich kodów źródłowych napisanych w programie Gauss 6.0.

W dalszych badaniach przyjęto założenie, że dany model występuje, jeżeli jego parametry są statystycznie istotne (dla 5% lub 10% poziomu istotności). W tabeli 3 przedstawiono liczbę uzyskanych modeli z klasy Sing RCA oraz model AR dla danych o różnym stopniu agregacji.

Tabela 3. Liczba uzyskanych modeli z klasy Sign RCA dla procentowych stóp zwrotu

Model	5% poziom istotności			10% poziom istotności		
	d	t	m	d	t	m
AR(1)	26	9	12	27	10	15
RCA(1)	24	5	9	24	10	10
Sign RCA(1)	1	2		3	2	1
RCA(1)-MA(1)	15	21	23	19	22	25
Sign RCA(1)-MA(1)	5	3	2	7	4	5
RCA(1)-GARCH(1,1)	25	2	2	25	2	2
Sign RCA(1)-GARCH(1,1)				1	1	

[gdzie: d - dane dzienne, t - dane tygodniowe, m - dane miesięczne.]

Zródło: obliczenia własne.

Modelem, który najczęściej występuje dla danych miesięcznych jest model RCA-MA (w ponad 50% szeregach). Można go zidentyfikować częściej niż model AR oraz model RCA (który występuje w około 25% przypadkach). Z kolei, modele Sing RCA i Sign RCA dla 5% poziomu istotności nie występują, a dla 10% poziomu istotności występuje tylko jeden model Sign RCA. Zmiana agregacji czasowej z danych z miesięcznych na tygodniowe nie powoduje znaczących różnic w liczbie identyfikowanych modeli (mogą natomiast zmieniać się szeregi, dla których dany typ modelu jest identyfikowany). Natomiast dla danych dziennych znacznie wzrasta liczba identyfikowanych modeli AR, RCA oraz RCA-GARCH. Wyjątek stanowi model RCA-MA, który jest rzadziej identyfikowany niż w przypadku danych tygodniowych czy miesięcznych. Modele Sing RCA oraz Sign RCA-GARCH praktycznie prawie nie były identyfikowane.

W tabelach 4-5 przedstawione zostały oceny parametrów modeli RCA oraz RCA-MA dla wybranych spółek/indeksów. Wybrano te spółki/indeksy, dla których ten sam model występował dla danych o różnym stopniu agregacji.

Tabela 4. Modele RCA dla wybranych indeksów

	WIG-BUDOW			WIG-SPOZYW		
	d	t	m	d	t	m
ϕ	0,131	0,133	0,237	0,119	0,186	0,245
$S(\phi)$	0,024	0,053	0,099	0,026	0,059	0,119
σ_ε^2	1,799	12,441	60,744	1,300	6,835	45,575
σ_δ^2	0,199	0,135	0,065	0,291	0,357	0,184
ln L	-4480,33	-1348,43	-409,91	-4146,82	-1244,88	-398,75
Q(3)	4,810	5,784	2,989	19,371*	2,728	3,400
ARCH(3)	73,649*	11,911*	3,689	90,960*	24,364*	5,418
AIC	8966,66	2702,86	825,82	8299,64	2495,76	803,50
BIC	8984,12	2715,46	834,13	8317,10	2508,36	811,81

[gdzie: d - dane dzienne, t - dane tygodniowe, m - dane miesięczne; * - odrzucenie H0 na korzyść H1; lnL - logarytm funkcji wiarygodności; Q(3) - statystyka testu Boxa-Ljunga rzędu 3; ARCH(3) - statystyka testu Engla rzędu 3; AIC oraz BIC - kryteria informacyjne odpowiednio Akaike i Schwarza.]

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 5. Modele RCA-MA dla wybranych spółek

	MIESZKO		WIG-BANKI		ZYWIEC		
	t	m	t	m	d	t	m
ϕ	0,788	-0,849	0,955	-0,653	0,545	-0,940	0,882
$S(\phi)$	0,319	0,310	0,023	0,235	0,136	0,014	0,160
θ	-0,800	0,763	-0,944	0,639	-0,587	0,971	-0,827
$S(\theta)$	0,305	0,357	0,025	0,231	0,135	0,017	0,201
σ_ε^2	23,881	66,539	10,878	56,798	1,835	10,874	46,776
σ_δ^2	1,946	1,311	0,214	0,111	0,371	0,165	0,000
lnL	-1671,45	-463,29	-1332,92	-407,89	-4638,45	-1317,16	-390,97
Q(3)	19,401	3,260	0,219	1,599	1,843	4,499	1,019
ARCH(3)	4,780	0,819	148,838	3,876	153,868*	2,936	0,737
AIC	3350,91	934,57	2673,83	823,79	9284,90	2642,33	789,94
BIC	3367,71	945,65	2690,63	834,87	9308,18	2659,13	801,02

[gdzie: d - dane dzienne, t - dane tygodniowe, m - dane miesięczne; * - odrzucenie H0 na korzyść H1; lnL - logarytm funkcji wiarygodności; Q(3) - statystyka testu Boxa-Ljunga rzędu 3; ARCH(3) - statystyka testu Engla rzędu 3; AIC oraz BIC - kryteria informacyjne odpowiednio Akaike i Schwarza.]

Źródło: obliczenia własne.

Zakończenie

W pracy, do identyfikacji modeli z klasy Sign RCA GARCH, wykorzystano 41 procentowych stóp zwrotu o 3 różnych stopniach agregacji. Otrzymane wyniki pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Wraz ze wzrostem stopnia agregacji czasowej danych, liczba identyfikowanych modeli RCA oraz wariancja parametru maleje, natomiast ocena parametru ϕ rośnie.
2. Modelem najczęściej identyfikowanym, dla danych miesięcznych, jest model RCA-MA, zaś liczba tego typu modeli maleje wraz ze wzrostem częstotliwości danych.
3. Oceny parametrów dla modelu RCA-MA przyjmują różne znaki i różne wartości dla różnych stopni agregacji czasowej i nie można w tym przypadku mówić o jakiejś ogólnej tendencji.
4. Modele RCA-GARCH występują głównie dla danych dziennych. Ocena parametru ϕ w tych modelach jest liczbą bliską zeru, tzn. co do modułu prawie zawsze mniejsza od 0,1.
5. Modele z funkcją znaku występują rzadko, przy czym występują częściej dla danych niezagregowanych (szczególnie model Sign RCA-MA). Może to oznaczać, że w analizowanych szeregach nie wystąpiła asymetryczna reakcja stóp zwrotu na informacje pochodzące z rynku.
6. Własności statystyczne modeli są lepsze dla danych charakteryzujący się wyższym stopniem agregacji.
7. W 8 przypadkach, dla danych o różnym stopniu agregacji czasowej, nie występował model AR a wystąpił model RCA. Zatem występowanie modelu AR nie determinuje występowania modelu RCA i odwrotnie [Górka, 2009]. Niemniej jednak zjawisko to nie jest zbyt częste.

Literatura

1. Appadoo S.S., Thavaneswaran A., Singh J. (2006), RCA models with correlated errors *Applied Mathematics Letters* 19, 824–829.
2. Aue A. (2004), Strong approximation for RCA(1) time series with applications, *Statistics & Probability Letters* 68, 369–382.
3. Bollerslev T. (1986), Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
4. Engle R. F. (1982), Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50, 987-1006.
5. Górka, J. (2007), Opisu kurtozy rozkładów za pomocą wybranych modeli z funkcją znaku, w: Z. Zielinski (red.), *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Toruń, Wydawnictwo UMK.
6. Górka, J. (2009), Własności prognostyczne modeli RCA-MA, RCA-GARCH oraz Sign RCA, złożone do druku.
7. Nicholls D.F., Quinn B.G. (1982), *Random Coefficient Autoregressive Models: An Introduction*, in: *Lecture Notes in Statistics*, vol. 11, Springer, New York.
8. Thavaneswaran A., Appadoo S. (2006), Properties of a new family of volatility sing models, *Computers and Mathematics with Applications* 52, 809–818.

9. Thavaneswaran A., Appadoo S., Bector C. (2006), Recent developments in volatility modeling and application, *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, 1–23.
10. Thavaneswaran A., Peiris S., Appadoo S. (2008), Random coefficient volatility models, *Statistics & Probability Letters* 78, 582–593.
11. Thavaneswaran, S., Appadoo, S., i Ghahramani, M. (2009), RCA models with GARCH innovations, *Applied Mathematics Letters* 22, 110–114.

Streszczenie

W artykule zbadano efekt agregacji czasowej, modeli klasy Sign RCA, dla danych finansowych. Do tego celu wykorzystano wszystkie szeregi czasowe cen akcji spółek notowanych 30 listopada 1998 oraz notowanych do dnia 4 listopada 2008 roku na GWP w Warszawie. Dla otrzymanych szeregów procentowych stóp zwrotu, o 3 różnych stopniach agregacji, metodą największej wiarygodności oszacowane zostały oceny parametrów modeli klasy Sign RCA. Otrzymane wyniki pokazują, że stopień agregacji ma wpływ nie tylko na wartość oceny parametru ϕ , ale również na liczbę identyfikowanych modeli z klasy Sing RCA. Ponadto przeprowadzone badanie wskazuje, że w badanym okresie, nie występowała asymetryczna reakcja stóp zwrotu na informacje pochodzące z rynku. Potwierdzone zostały też wcześniejsze wyniki badań autorki, iż występowanie modelu AR nie determinuje występowania modelu RCA i odwrotnie.

Effects of time aggregation in stock prices and a family Sign RCA models

In this paper, effects of time aggregation in stock prices for family Sign RCA models were presented. To this end, all daily prices of shares from the Warsaw Stock Exchange for period from 30 November 2005 to 4 November 2009 were used. All model parameters from family Sign RCA models were estimated using maximum likelihood (MLE). We concluded that the time aggregation has influence both the value of ϕ parameter and quantity of Sign RCA models. We concluded that, for this date, an asymmetric reaction of changes in returns to good or bad news was not occurred.