DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE
VII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4-6 września 2001 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Joanna Górka, Magdalena Osińska
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych w świetle analizy spektralnej

1. Wstęp

Celem referatu jest próba identyfikacji wpływu agregacji czasowej szeregów obserwowanych na GPW w Warszawie na własności badanych szeregów. Badanie składa się zasadniczo z dwóch części. Podstawowym przedmiotem zainteresowania są logarytmiczne stopy zwrotu z następujących instrumentów finansowych: akcji, warrantów na akcje oraz obligacji skarbu państwa. Uzupełnienie przedmiotu badania stanowią kwadraty logarytmicznych stóp zwrotu, traktowane jako realizacje warunkowych wariancji owych stóp.

Pytania postawione przed podjęciem badania były następujące:

- czy agregacja czasowa zmienia własności analizowanych procesów?
- czy istnieje możliwość wykrycia okresu cyklu (lub cykli) wspólnego dla większości szeregów obserowanych na rynku kapitałowym?
- czy ewentualne wykrycie cyklu może mieć jakieś implikacje praktyczne?

W celu znalezienia odpowiedzi wykorzystane zostały narzędzia z zakresu analizy spektralnej, ponieważ liczba obserwacji umożliwia ich stosowanie.

2. Reprezentacja spektralna stacjonarnych procesów finansowych

Niech z_t będzie rzeczywistym procesem stacjonarnym z bezwzględnie zbieżnym szeregiem autokowariancji $K(\tau)$. Realizację z_t można przedstawić za pomocą równania:

$$\varphi(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \tag{1}$$

gdzie $A_0, A_1, \alpha_1, A_2, \alpha_2, \ldots$ są stałymi mającymi określone wartości, zaś $\omega = \frac{2\pi}{T}$ jest częstością związaną z okresem *T*. Wówczas transformata Fouriera istnieje i wynosi:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} \tag{2}$$

gdzie $K(\tau) = K(-\tau)$, zaś odwrotna transformata Fouriera ma postać:

$$K(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega . \tag{3}$$

Funkcja $f(\omega)$ nosi nazwę spektrum i jest: ciągła i nieujemna (por. Wei (1990)), a także parzysta i okresowa o okresie 2π,

Wariancja procesu stacjonarnego równa się polu ograniczonemu krzywą $f(\omega)$ oraz osią ω w przedziale $[-\pi, \pi]$. Różniczka $f(\omega)d\omega$ określa udział częstości zawartych w przedziale $(\omega, \omega + d\omega)$w ogólnej wariancji procesu, gdzie $d\omega$ jest dowolnie małym przyrostem częstości[1],

Niech dany będzie ciąg autokowariancji oraz szereg czasowy z_t, który możemy zapisać za pomocą całki Fouriera-Stieltjesa:

$$z_t = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega t} dU(\omega), \tag{4}$$

Relacja powyższa nosi nazwę *reprezentacji spektralnej procesu stacjonarnego* z_t. Funkcja $U(\omega)$ może się zmieniać z realizacji na realizację, tzn., dla każdej realizacji z_t znajduje się realizację $U(\omega)$

Powyższa reprezentacja zwana jest także reprezentacją Cramera. Jest to związane z twierdzeniem Kołmogorowa-Cramera, na podstawie którego każdy stacjonarny proces stochastyczny można przedstawić w postaci (4)[2].

Do estymacji funkcji gęstości spektralnej wykorzystuje się periodogram. Periodogramem ciągu $\{z_1, z_2, \ldots, z_n\}$ przy częstości $\omega_k = \dfrac{2\pi k}{n}$, $k = 0,1,\ldots,\left[\frac{n}{2}\right]$ nazywamy funkcję:

$$I(\omega_k) = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=1}^{n} z_t e^{-it\omega_k} \right|^2 . \tag{5}$$

[1] Por. Stawicki (1993), Talaga, Zieliński (1986), Zieliński (1979).

[2] Por. Stawicki (1993), Talaga, Zieliński (1986), Wei (1990).

Jeżeli ponadto $0 \le \omega_k < \pi$, to wówczas wzór (5) przyjmuje postać:

$$I(\omega_k) = \frac{1}{\pi}\left|\sum_{t=1}^{n} z_t e^{-it\omega_k}\right|^2 = \frac{n}{2}\left(a_k^2 + b_k^2\right), \tag{6}$$

gdzie a_k, b_k są współczynnikami Fouriera, zaś $k = 0,1,...,\left[\frac{n}{2}\right]$.

Periodogram składa się z $\left[\frac{n}{2}\right]$ wielkości opisanych równaniem (6). Pojedynczą wielkość $I(\omega_k)$ związaną z częstością ω_k nazywamy *intensywnością* przy częstości ω_k.

Istotność poszczególnych ω_k sprawdza się weryfikując hipotezy:

$$\mathrm{H}_0 : a_k = b_k = 0 \quad \text{vs.} \quad \mathrm{H}_1 : a_k \ne 0 \vee b_k \ne 0,$$

za pomocą statystyki:

$$F = \frac{(n-3)\left(a_k^2 + b_k^2\right)}{2\sum_{\substack{j=1\\ j\ne k}}^{[n/2]}\left(a_j^2 + b_j^2\right)}, \tag{7}$$

która ma rozkład $F(2, n-3)$.

W praktyce, w szeregach czasowych, występują składniki okresowe o nieznanej częstości.
Dla modelu opisanego wzorem:

$$Z_t = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t + \varepsilon_t, \tag{8}$$

gdzie ε_t jest białym szumem o rozkładzie $N(0, \sigma^2)$, zaś ω jest nieznaną częstością, stawiamy hipotezy:

$$\mathrm{H}_0 : \alpha = \beta = 0 \quad \text{vs.} \quad \mathrm{H}_1 : \alpha \ne 0 \vee \beta \ne 0.$$

Niech:

$$I^{(1)}\left(\omega_{(1)}\right) = \max\{I(\omega_k)\}.$$

Wówczas statystyka Fishera ma postać:

$$T = \frac{I^{(1)}\left(\omega_{(1)}\right)}{\sum_{k=1}^{[n/2]} I(\omega_k)}. \tag{8}$$

Ponieważ hipoteza zerowa zakłada proces białego szumu dla z_t, Fisher pokazał, że:

$$P(T > g) = \sum_{j=1}^{m} (-1)^{j-1} \binom{N}{j} (1 - jg)^{N-1}, \tag{9}$$

gdzie $N = [n/2]$, $g > 0$, zaś m jest największą liczbą naturalną mniejszą od $1/g$. Zatem, dla danego poziomu istotności α, do znalezienia wartości krytycznej g_α można użyć równania (9) lub:

$$P(T > g_\alpha) = \alpha, \tag{10}$$

Do obliczenia wartości krytycznej, używa się również równania (9) w zmodyfikowanej postaci granicznej:

$$P(T > g) \cong N(1-g)^{N-1}. \tag{11}$$

Dla małego N wartości krytyczne obliczone za pomocą wzoru (10) i (11) są bardzo dobrym przybliżeniem wartości krytycznych obliczonych za pomocą wzorów (9) oraz (10).

Relacja między periodogramem a funkcją spektrum jest następująca:

– jeśli n jest nieparzyste:

$$\hat{f}(\omega_k) = \frac{1}{4\pi} I(\omega_k),\ k = 1,2,\ldots,\left[\tfrac{n}{2}\right] \tag{12}$$

– jeśli n jest parzyste:

$$\hat{f}(\omega_{n/2}) = \frac{1}{2\pi} I(\omega_{n/2}). \tag{13}$$

W celu wygładzenia funkcji gęstości spektralnej wykorzystuje się tzw. okna spektralne. W obliczeniach przygotowanych dla potrzeb prezentowanego referatu wykorzystane zostało okno Parzena, postaci:

$$\lambda_M(\omega) \cong \frac{3}{8\pi M^3}\left[\frac{\sin(\omega M/4)}{1/2\sin(\omega/2)}\right]^4 \tag{14}$$

gdzie M przyjmuje wartości parzyste. Okno Parzena przyjmuje wartości dodatnie dla dowolnych częstości, co implikuje, że estymator gęstości spektralnej przyjmuje wartości nieujemne.

3. Istota analizy zmiennej wariancji warunkowej

W przypadku rynków finansowych, przed podjęciem decyzji inwestycyjnej, najistotniejsza jest prognoza stopy zwrotu z portfela lub przewidywanie kursu walutowego oraz ocena rozmiarów ryzyka. Wśród ekonometrycznych modeli rynków finansowych przeważają modele wariancji warunkowej typu ARCH. Efekt ARCH ujawnia się na ogół w szeregach finansowych o wysokiej częstotliwości obserwacji. Modele klasy ARCH nie wyjaśniają przyczyn zmienności cen czy też stóp zwrotu, a jedynie opisują mechanizm tej zmienności[3]. Wydaje się, że w najbardziej realistyczny sposób opisują one procesy na rynkach finansowych, chociaż nie są wolne od ograniczeń. Na najważniejsze z nich zwraca uwagę Gourieroux (1997):

[3] Wyniki analiz empirycznych dowodzą, że zmienność cen i stóp zwrotu tylko w niewielkim stopniu jest spowodowana zmiennością procesów fundamentalnych (por. Cuthbertson (1996)).

– modele ARCH dobrze opisują stopy zwrotu w środowisku stabilnym lecz nie są w stanie uchwycić zmian nieregularnych, takich jak załamania, efekty progowe, otwarcia i zamknięcia rynków;
– modele te opisują ewolucję cen przy użyciu wiedzy powszechnie dostępnej, nie uwzględniając informacji posiadanych przez jednostki.

Model ARCH (por. Engle (1982)) w ogólności zakłada, że dyskretny proces stochastyczny $\{\varepsilon_t\}$ ma postać:

$$\varepsilon_t = z_t - \mu = V_t U_t .$$

Przyjmując oznaczenie $h_t = V_t^2$, model ARCH(1) można zapisać jako:

$$\varepsilon_t | z_{t-1}, z_{t-2}, \ldots \sim N(0, h_t), \tag{15}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 . \tag{16}$$

Istnieje wiele modyfikacji modeli ARCH (por. np. Osińska (2000) jednakże nie są one ptrzedmiotem zainteresowania w niniejszej pracy, gdyż najistotniejsza jest tutaj analiza własności szeregów wariancji warunkowej, reprezentowanych przez kwadraty stóp zwrotu, z punktu widzenia analizy spektralnej.

4. Agregacja czasowa wybranych szeregów finansowych

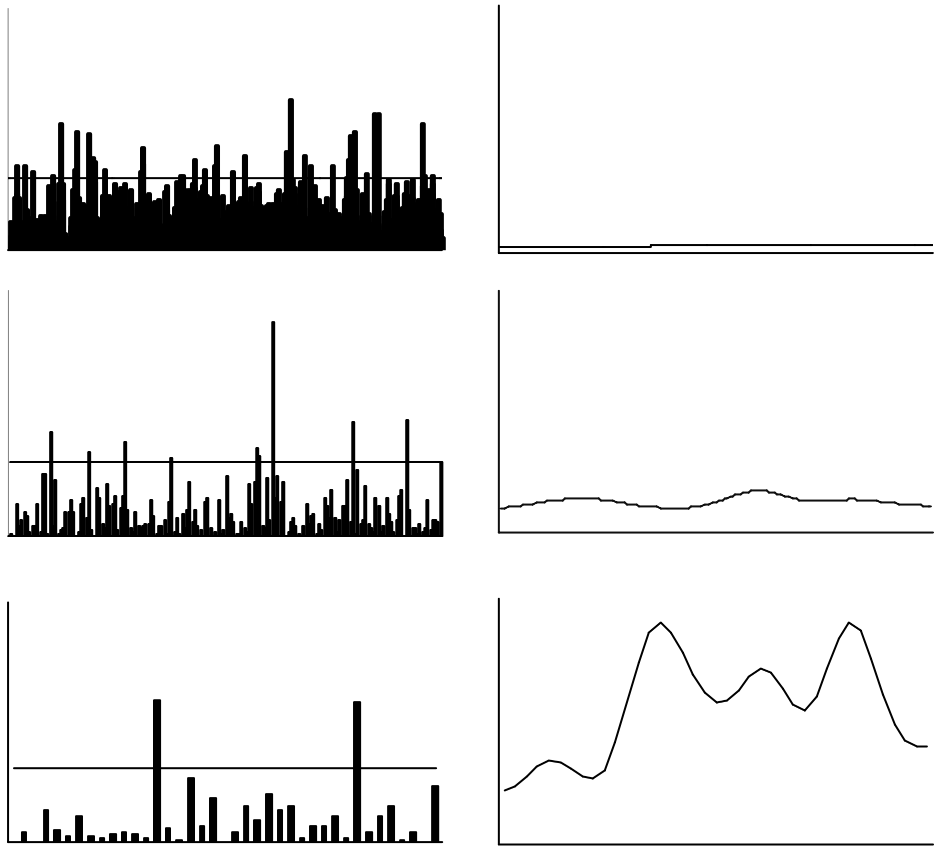
Hipoteza rynku efektywnego implikuje, że ceny papierów wartościowych mogą być opisane za pomocą modelu błądzenia losowego lub (ogólniej) martyngału, co oznacza, że stopy zwrotu powinny mieć charakter białego szumu w ścisłym sensie albo w sensie słabszym – dopuszczając autozależność momentów wyższych rzędów, zwłaszcza wariancji (por. Jajuga – red. (2000)).

W prezentowanym referacie do analizy wykorzystane zostały logarytmiczne stopy zwrotu z akcji notowanych na WGPW firm: Agros, Amerbank, BIG, BRE, Elektrim, Exbud, KredytBank, Okocim, WBK, Żywiec, WIG, WIG20 z okresu 2.01.1995-31.05.2001. Były to obserwacje: dzienne, tygodniowe (każdy czwartek), miesięczne (ostatni dzień roboczy miesiąca). Analogicznemu badaniu poddane zostały dzienne kursy warrantów na akcje Dębicy, KGHM, Orbisu, Stalexportu w okresie 24.11.1999 – 23.05.2000 oraz notowania cen instrumentów podstawowych w tym samym okresie, jak również obligacje skarbowe OS0602 i OS1001 w okresie 3.01.2000 –31.05.2001, obserwowane w okresach dziennych oraz tygodniowych.

Wyniki statystycznej analizy badanych szeregów czasowych zamieszczone zostały w tablicach 1 – 3.

Kolejnym krokiem była analiza spektralna analizowanych stóp zwrotu, której wyniki przedstawione zostały w tablicach 4 – 6 oraz na wykresach 1 – 6.

Wykresy 1 – 6. Oszacowany periodogram, test F oraz funkcja gęstości spektralnej dla stóp zwrotu z akcji spółki Exbud odpowiednio dla danych dziennych, tygodniowych oraz miesięcznych*



* Skala na osi rzędnych jest taka sama odpowiednio dla periodogramów oraz funkcji gęstości spektralnych. Na osi odciętych zaznaczone zostały częstości.

Uzyskane wyniki pozwalają sfomułować następujące wnioski:

1. W większości obserwowane stopy zwrotu wykazywały istotne częstości odpowiadające krótkim okresom wahań; wyjątkiem były stopy zwrotu z akcji spółki Agros, wykazujące dłuższe okresy wahań: odpowiednio dla danych dziennych 239 dni, tygodniowych 47,71 tygodni oraz 10,86 miesięcy, co w efekcie daje zbliżony przedział czasu.
2. Istnieje możliwość ustalenia okresu (okresów) wahań wspólnego dla większości szeregów obserwowanych na WGPW.
3. Indeksy giełdowe charakteryzowały się także relatywnie krótkimi okresami wahań w granicach 13 dni, 2,17 tygodnia i 2,45 miesięcy.

4. Warranty – z uwagi na określony termin zapadalności obserwowane wyłącznie w postaci danych dziennych – wykazywały istotne podobieństwo do szeregów podstawowych.
5. Obligacje skarbowe także wykazywały krótkie okresy wahań, zarówno w przypadku danych dziennych jak i tygodniowych.
6. Obserwując wykresy periodogamu oraz istotność poszczególnych częstości według testu F należy stwierdzić, iż w przypadku danych dziennych nie występują częstości dominujące, podczas, gdy w wyniku agregacji obserwacji następuje coraz wyraźniejsza dominacja pojedynczych częstości.
7. Wyniki testu T na ogół potwierdzają hipotezę, że stopy zwrotu z badanych papierów wartościowych są procesami białego szumu.
8. Wyniki analizy kwadratów stóp zwrotu wykazują dużą zbieżność pomiędzy stopami zwrotu z poszczególnych walorów, jak również pomiędzy danymi dziennymi oraz tygodniowymi. Najistotniejsze wydają się w tym przypadku wahania długookresowe w granicach 209, 334, 836 i 1672 dni, a także 66,8; 167,68 a nawet 334 tygodnie. Dane miesięczne nie potwierdzają powyższych spostrzeżeń, co może być spowodowane znacznie mniejszą liczbą obserwacji.

Wydaje się, że zaobserwowane tendencje należy poddawać sukcesywnym badaniom w miarę pojawiania się nowych obserwacji. Jest to związane przede wszystkim z praktycznym ich wykorzystaniem polegającym na ustaleniu minimalnego okresu zmian, który powinien być podstawą ustalania zmienności badanych stóp zwrotu, niezbędnej do wyceny instrumentów pochodnych, jak również przy ustalaniu miar ryzyka – zwłaszcza miar zagrożenia.

Literatura

Cuthbertson K. (1996) *Quantitative Financial Economics*. Wiley.

Engle R.F. (1982) *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation.* Econometrica, 50.

Gourieroux C. (1997) *ARCH Models and Financial Applications.* Springer.

Jajuga K. (red.), (2001), *Metody ekonometryczne i statystycznew analizie rynku kapitałowego.* Wyd. AE, Wrocław.

Osińska M., (2000), *Ekonometryczne modelowanie oczekiwań gospodarczych*, Wydawnictwo UMK, Toruń.

Stawicki J., (1993), *Metody filtracji w modelowaniu procesów ekonomicznych,* rozprawy, UMK, Toruń.

Talaga L., Zieliński Z., (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa.

Wei W.W.S., (1990), *Time series analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, Berlin.

Zieliński Z., (1979), *Metody analizy dynamiki i rytmiczności zjawisk gospodarczych,* PWN, Warszawa.

Tablica 1. Charakterystyka dziennych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu				kwadraty stóp zwrotu			
	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność
Akcje								
Agros	0,000101	0,034394	3,341425	0,080636	0,001182	0,002730	45,530528	5,288224
Amerbank	0,000109	0,032655	3,324450	-0,311426	0,001066	0,002456	87,903921	6,906399
BIG	0,000578	0,036098	6,612929	0,407712	0,001303	0,003824	125,253801	9,618453
BRE	0,000678	0,029930	2,779970	0,022166	0,000896	0,001956	44,600461	5,462544
Elektrim	0,000664	0,034675	5,234883	-0,391214	0,001202	0,003222	323,447232	13,784595
Exbud	0,000349	0,031680	2,982602	0,118399	0,001003	0,002238	58,088052	5,982908
KredytB	0,000399	0,029265	1,954811	-0,029324	0,000856	0,001701	12,968479	3,432963
Okocim	-0,000026	0,029768	2,081640	0,325880	0,000886	0,001787	39,412024	5,018090
WBK	0,000842	0,033416	4,334636	-0,254591	0,001117	0,002801	105,755509	8,100137
WIG	0,000425	0,018350	2,855700	-0,166540	0,000337	0,000740	55,038167	6,038133
WIG20	0,000402	0,021544	3,714270	-0,150646	0,000464	0,001107	116,733848	8,546249
Żywiec	0,000116	0,028102	6,154556	0,210051	0,000789	0,002252	126,853178	8,761283
Warranty i instrumenty podstawowe								
war. Dębica	-0,004178	0,105063	0,559254	-0,020866	0,010970	0,017390	11,538155	3,096487
war. KGHM	0,002682	0,123049	4,565223	0,623117	0,015031	0,038155	41,354055	5,826913
war. Orbis	-0,004178	0,109607	1,356783	0,338712	0,011938	0,021451	19,604520	3,929335
war. Stalexport	-0,034786	0,312275	9,263108	-0,953325	0,097970	0,327011	31,630034	5,287369
Dębica	-0,000745	0,023075	0,230434	0,396366	0,000529	0,000774	4,244842	2,083082
KGHM	0,002313	0,031349	5,188642	0,852998	0,000981	0,002630	59,439573	6,932222

	logarytmiczne stopy zwrotu				kwadraty stóp zwrotu			
	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność
Orbis	0,000543	0,022629	1,207863	0,495944	0,000508	0,000907	32,546568	4,761477
Stalexport	-0,002377	0,030037	2,336982	-0,087582	0,000901	0,001854	16,814511	3,713038
Obligacje								
OS0602	0,000000	0,001838	6,274265	-0,314173	0,000003	0,000010	35,909557	5,244417
OS1001	0,000050	0,001672	11,916530	0,471342	0,000003	0,000010	84,660689	7,973713

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 2. Charakterystyka tygodniowych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu				kwadraty stóp zwrotu			
	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność
Akcje								
Agros	0,000562	0,077173	2,883044	-0,028926	0,005938	0,013058	18,319646	3,928899
Amerbank	0,000443	0,064664	7,084977	0,669232	0,004169	0,012511	54,088036	6,892139
BIG	0,002788	0,082798	4,069467	0,569477	0,006843	0,016867	42,947010	5,618604
BRE	0,003395	0,065906	0,973239	0,254118	0,004342	0,007517	11,693030	3,132711
Elektrim	0,003271	0,082863	1,453115	-0,069005	0,006856	0,012658	19,480638	3,782177
Exbud	0,001748	0,067240	1,903053	0,144691	0,004511	0,008886	27,968633	4,542628
KredytB	0,001840	0,062568	1,129298	-0,109175	0,003906	0,006866	14,876078	3,423878
Okocim	-0,000172	0,059644	0,261767	0,376097	0,003547	0,005311	14,547110	3,168068
WBK	0,004086	0,073933	3,070067	0,382027	0,005466	0,012329	38,189924	5,353007
WIG	0,002050	0,043967	1,113315	-0,028817	0,001931	0,003389	26,110399	4,154068
WIG20	0,001946	0,048685	1,225654	-0,144305	0,002367	0,004216	29,146144	4,441570

	logarytmiczne stopy zwrotu				kwadraty stóp zwrotu			
	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność
Żywiec	0,000546	0,053515	1,787999	0,348016	0,002856	0,005543	25,464319	4,315695
Obligacje								
OS0602	0,000000	0,001838	6,274265	-0,314173	0,000003	0,000010	35,909557	5,244417
OS1001	0,000050	0,001672	11,916530	0,471342	0,000003	0,000010	84,660689	7,973713

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 3. Charakterystyka miesięcznych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu				kwadraty stóp zwrotu			
	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność	średnia	odchyl.stand.	kurtoza	skośność
Agros	0,004370	0,183361	3,534089	-0,392630	0,033198	0,076113	20,574625	4,129754
Amerbank	0,006184	0,127354	4,330930	1,150622	0,016044	0,040129	36,724190	5,591473
BIG	0,013554	0,180548	2,223143	-0,222920	0,032352	0,064428	12,776221	3,393293
BRE	0,014928	0,152394	0,879297	0,003133	0,023141	0,038499	13,279429	3,380735
Elektrim	0,018815	0,154729	1,231895	0,002446	0,023980	0,042113	16,002734	3,565112
Exbud	0,011806	0,144655	0,920227	-0,323658	0,020789	0,034192	13,428419	3,261024
KredytB	0,012243	0,127268	1,035488	-0,400222	0,016134	0,026810	13,933953	3,406582
Okocim	0,001798	0,127291	0,878539	0,480311	0,015993	0,026796	11,006767	3,090924
WBK	0,022122	0,136991	2,758346	0,977512	0,019009	0,042638	19,988923	4,244049
WIG	0,012267	0,098813	3,663678	0,148613	0,009786	0,022715	18,329881	4,249998
WIG20	0,011643	0,105162	2,988102	0,031773	0,011049	0,024021	17,463509	4,091986
Żywiec	0,004421	0,111640	1,400030	-0,343878	0,012319	0,022094	14,488437	3,417610

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 4. Wyniki analizy spektralnej dziennych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu					kwadraty stóp zwrotu				
	Częstot.	Okres	Periodog	F	T	Częstot.	Okres	Periodog	F	T
Akcje										
Agros	0,004187	239	0,017841	**7,621766**	0,009051	0,000598	1672	0,000217	**14,854739**	**0,017489**
						0,001196	836	0,000201	**13,704139**	**0,016444**
						0,002990	334	0,000190	**12,978459**	**0,015847**
Amerbank	0,416866	2	0,016567	**7,831951**	0,009298	0,001196	836	0,000131	**11,004205**	**0,013015**
BIG	0,485048	2	0,015507	**5,980581**	0,007116	0,004785	209	0,000317	**11,020989**	**0,013035**
BRE	0,112440	9	0,015637	**8,773834**	0,010404	0,000598	1672	0,000153	**20,472108**	**0,023945**
Elektrim	0,079545	13	0,017580	**7,349811**	0,008731	0,002990	334	0,000295	**14,479770**	**0,017055**
Exbud	0,325359	3	0,012350	**6,192167**	0,007366	0,001196	836	0,000195	**19,991757**	**0,023396**
						0,004187	239	0,000118	**11,957577**	**0,014465**
KredytB	0,272727	4	0,013862	**8,157210**	0,009680	0,001196	836	0,000167	**30,509633**	**0,035271**
						0,000598	1672	0,000068	**12,202102**	**0,014938**
Okocim	0,463517	2	0,019111	**10,903780**	**0,012898**	0,002990	334	0,000059	**9,411372**	0,011152
WBK	0,112440	9	0,020083	**9,063847**	0,010745	0,001196	836	0,000277	**18,117955**	**0,021250**
						0,000598	1672	0,000262	**17,096922**	**0,020512**
WIG	0,079545	13	0,006950	**10,438920**	**0,012355**	0,001196	836	0,000021	**19,291830**	**0,022595**
						0,002990	334	0,000017	**15,881118**	**0,019107**
						0,002392	418	0,000014	**13,137447**	**0,016166**
						0,004785	209	0,000011	**9,946065**	**0,012487**
						0,000598	1672	0,000010	**9,607879**	**0,012220**

	logarytmiczne stopy zwrotu					kwadraty stóp zwrotu				
	Częstot.	Okres	Periodog	F	T	Częstot.	Okres	Periodog	F	T
						0,012560	80	0,000010	**9,286024**	**0,011961**
						0,001196	836	0,000054	**22,742729**	**0,026530**
WIG20	0,079545	13	0,007575	**8,218350**	0,009752	0,000598	1672	0,000026	**10,625364**	**0,012915**
						0,002990	334	0,000025	**10,511934**	**0,012946**
Żywiec	0,392344	3	0,012323	**7,864063**	0,009336	0,191388	5	0,000085	**8,460556**	0,010037
Warranty i instrumenty podstawowe										
war. Dębica	0,343750	3	0,071599	**35,228138**	0,052211	0,476563	2	0,005379	**4,737156**	0,070454
war. KGHM	0,203125	5	0,169837	**62,859639**	0,089498	0,085938	12	0,010377	**3,705845**	0,055975
war .Orbis	0,343750	3	0,091819	**41,695113**	0,061209	0,148438	7	0,003394	**3,820935**	0,057613
war. Stalexport	0,367188	3	1,210109	**70,488994**	0,099282	0,007813	128	1,266965	**6,644821**	0,096100
Dębica	0,250000	4	0,005993	**61,547346**	0,087793	0,039063	26	0,000006	**5,753550**	0,084297
KGHM	0,484375	2	0,009411	**52,162856**	0,075417	0,070313	14	0,000042	**3,090703**	0,047121
Orbis	0,250000	4	0,004407	**47,105930**	0,068607	0,148438	7	0,000006	**4,058663**	0,060979
Stalexport	0,109375	9	0,008117	**48,440101**	0,070413	0,039063	26	0,000024	**3,730381**	0,056324
Obligacje										
OS0602	0,239130	4	0,000018	**2,750463**	0,014847	0,116848	9	0,000000	**2,644390**	0,014283
OS1001	0,307065	3	0,000028	**5,161258**	0,027503	0,089674	11	0,000000	**6,648936**	0,035152

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 5. Wyniki analizy spektralnej tygodniowych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu					kwadraty stóp zwrotu				
	Częstot.	Okres	Periodog	F	T	Częstot.	Okres	Periodog	F	T
Akcje										
Agros	0,020958	47,71	0,093984	**8,206644**	0,047244	0,014970	66,80	0,002261	**6,772364**	0,039312
Amerbank	0,461078	2,17	0,062974	**3,877677**	0,045153	0,005988	167,00	0,001976	**3,309942**	0,038799
BIG	0,083832	11,93	0,077767	**5,850636**	0,034144	0,038922	25,69	0,003758	**6,949693**	0,040300
BRE	0,053892	18,56	0,048755	**5,763944**	0,033655	0,002994	334,00	0,000797	**7,319803**	0,042355
Elektrim	0,461078	2,17	0,064912	**4,822880**	0,028316	0,014970	66,80	0,004281	**14,548221**	**0,080802**
Exbud	0,305389	3,27	0,075738	**8,723483**	**0,050071**	0,086826	11,52	0,000856	**5,632188**	0,032911
KredytB	0,305389	3,27	0,053841	**7,128783**	0,041295	0,005988	167,00	0,000816	**9,162141**	**0,052456**
Okocim	0,317365	3,15	0,033328	**4,790640**	0,028132	0,278443	3,59	0,000251	**4,645844**	0,027305
WBK	0,461078	2,17	0,068456	**6,468361**	0,037614	0,005988	167,00	0,001762	**6,007304**	0,035027
WIG	0,461078	2,17	0,023128	**6,152671**	0,035844	0,005988	167,00	0,000143	**6,521043**	0,037908
WIG20	0,461078	2,17	0,034215	**7,495142**	0,043326	0,005988	167,00	0,000258	**7,598530**	0,043897
Żywiec	0,242515	4,12	0,033819	**6,106112**	0,035582	0,125749	7,95	0,000236	**3,899413**	0,023019
Obligacje										
OS0602	0,500000	2,00	0,000106	2,684360	0,072191	0,375000	2,67	0,000000	**3,435489**	0,090561
OS1001	0,472222	2,12	0,000075	**3,809485**	0,099440	0,375000	2,67	0,000000	2,862237	0,076608

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 6. Wyniki analizy spektralnej miesięcznych stóp zwrotu.

	logarytmiczne stopy zwrotu					kwadraty stóp zwrotu				
	Częstot.	Okres	Periodog	F	T	Częstot.	Okres	Periodog	F	T
Agros	0,092105	10,86	0,329035	**5,444480**	0,129802	0,381579	2,62	0,036648	**3,358196**	0,084254
Amerbank	0,157895	6,33	0,131556	2,126430	0,108345	0,460526	2,17	0,007667	1,287259	0,006314
BIG	0,368421	2,71	0,235263	**3,939013**	0,097406	0,171053	5,85	0,030870	**4,100664**	0,101000
BRE	0,236842	4,22	0,152589	**3,493632**	0,087355	0,355263	2,81	0,011025	**4,068077**	0,100278
Elektrim	0,407895	2,45	0,229883	**5,539812**	0,131775	0,407895	2,45	0,010722	**3,217282**	0,081005
Exbud	0,171053	5,85	0,218993	**5,944522**	0,140054	0,473684	2,11	0,006712	3,084430	0,077920
KredytB	0,315789	3,17	0,099242	**3,245754**	0,081663	0,026316	38,00	0,004865	**3,644142**	0,090776
Okocim	0,407895	2,45	0,151071	**5,212529**	0,124963	0,407895	2,45	0,004005	2,940113	0,074546
WBK	0,236842	4,22	0,173370	**5,183046**	0,124344	0,210526	4,75	0,008471	2,600868	0,066517
WIG	0,407895	2,45	0,076616	**4,348502**	0,106454	0,355263	2,81	0,003091	**3,184233**	0,080239
WIG20	0,407895	2,45	0,081146	**4,033256**	0,099505	0,328947	3,04	0,003463	**3,141700**	0,079252
Żywiec	0,368421	2,71	0,084141	**3,681446**	0,091621	0,342105	2,92	0,003946	**4,524620**	0,110290

Źródło: obliczenia własne.