

## **ANALIZA PRZYCZYNOWOŚCI W ZAKRESIE ZALEŻNOŚCI NIELINIOWYCH. IMPLIKACJE FINANSOWE**

### **WSTĘP**

Przyczynowość w sensie Grangera jest jednym z kluczowych pojęć ekonometrycznej analizy zależności pomiędzy procesami ekonomicznymi. Jednak dotychczas w pracach poświęconych tej tematyce badania ograniczały się zwykle do identyfikacji zależności o charakterze liniowym, zaś podstawowym narzędziem tej analizy był model typu VAR.

W artykule zaprezentowano ideę przyczynowości w zakresie zależności nieliniowych. Idea ta odwołuje się do koncepcji Baeka i Brocka (1992) i oparta jest na pojęciu całki korelacyjnej. W niniejszym artykule przedstawiono, wywodzącą się z tej koncepcji, procedurę Hiemstry i Jonesa (1994) testowania obecności nieliniowych zależności przyczynowych a także jej modyfikację dokonaną przez Diksa i Panchenkę (2004). Obie metody zostały zastosowane do danych generowanych oraz do finansowych szeregów czasowych z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie.

### **1. METODOLOGIA TESTOWANIA PRZYCZYNOWOŚCI W ZAKRESIE ZALEŻNOŚCI NIELINIOWYCH**

Występowanie zależności przyczynowych między stacjonarnymi procesami  $X_t$  i  $Y_t$  zostało zdefiniowane przez Grangera (1969) w kategorii warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa. Według tej definicji  $X_t$  nie jest przyczyną  $Y_t$ , jeśli

$$F(Y_t | (X_{t-lx}, \dots, X_{t-1}; Y_{t-ly}, \dots, Y_{t-1})) = F(Y_t | (Y_{t-ly}, \dots, Y_{t-1})) \quad (1)$$

dla dowolnych opóźnień czasowych  $lx, ly \geq 1$ .

W przypadku, gdy warunek (1) nie jest spełniony mówimy, że  $X_t$  jest przyczyną  $Y_t$ , co w szczególności implikuje możliwość wykorzystania przeszłości  $X_t$  do prognozowania  $Y_t$ .

Testowanie występowania zależności przyczynowych polega na weryfikacji hipotezy zerowej, iż  $X_t$  nie jest przyczyną  $Y_t$ , co na mocy definicji równoważne jest zależności (1). Jednak w praktyce ekonometrycznej weryfikację trudnego do zastosowania warunku (1) zastępuje się bardziej operacyjnymi metodami. Jedną z nich jest ograniczenie zakresu badania do identyfikacji zależności przyczynowych jedynie o charakterze liniowym. W takiej sytuacji badanie polega na zbudowaniu i analizie modelu VAR.

Z kolei operacyjną metodą analizy przyczynowych zależności o charakterze nieliniowym jest metoda Baeka i Brocka (1992). Koncepcja ta odwołuje się do pojęcia całki

korelacyjnej  $C_W(\varepsilon)$ , będącej prawdopodobieństwem zdarzenia, iż dwie losowo wybrane realizacje wektora losowego  $W$  oddalone są od siebie o nie więcej niż  $\varepsilon$ , tzn.

$$C_W(\varepsilon) = P\{\|W_1 - W_2\| \leq \varepsilon\} = \int \int I(s_1, s_2, \varepsilon) f_W(s_1) f_W(s_2) ds_2 ds_1 \quad (2)$$

gdzie  $W_1, W_2$  są niezależnymi realizacjami  $W$ ,  $\|\cdot\|$  jest normą „supremum”, natomiast

$$\text{funkcja } I(s_1, s_2, \varepsilon) = \begin{cases} 1; & \|s_1 - s_2\| \leq \varepsilon \\ 0; & \text{w p.w.} \end{cases}$$

Dla ustalonych opóźnień czasowych  $lx, ly \geq 1$  niech  $X_{t-lx}^t$  oraz  $Y_{t-ly}^t$  oznaczają wektory opóźnień postaci  $X_{t-lx}^t = (X_{t-lx}, \dots, X_t)$  i  $Y_{t-ly}^t = (Y_{t-ly}, \dots, Y_t)$ . Odwołując się do pojęcia wektorów opóźnień Baek i Brock przeformułowali w sposób operacyjny definicję przyczynowości w sensie Grangera. Według tej koncepcji  $X_t$  nie jest przyczyną  $Y_t$ , jeśli:

$$\begin{aligned} & P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \mid \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\} = \\ & = P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \mid \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie  $\|\cdot\|$  jest normą „supremum”.

Niespełnienie warunku (3) oznacza, że  $X_{t-lx}^{t-1}$  może być pomocne w prognozowaniu  $Y_t$ . Przyjmijmy bowiem, że istnieje zależność przyczynowa o charakterze deterministycznym między procesami  $X_t$  a  $Y_t$ , postaci  $Y_t = f(Y_{t-ly}, \dots, Y_{t-1}, X_{t-lx}, \dots, X_{t-1})$ , tzn.  $Y_t = f(Y_{t-ly}^{t-1}, X_{t-lx}^{t-1})$  dla pewnej ciągłej funkcji  $f$ . Z definicji ciągłości wynika, że za prognozę  $Y_t$  można przyjąć  $Y_s$ , gdzie  $s$  jest indeksem, dla którego wektor  $(Y_{s-ly}^{s-1}, X_{s-lx}^{s-1})$  jest bliski (w sensie metryki  $\|\cdot\|$ ) wektorowi  $(Y_{t-ly}^{t-1}, X_{t-lx}^{t-1})$ . Co więcej, niespełnienie warunku (3) oznacza, że jest bardziej prawdopodobne, że prognoza ta będzie dokładna, gdy wykorzystana się nie tylko wiedzę o przeszłości  $Y_t$  lecz również o przeszłości  $X_t$ .<sup>1</sup> Z kolei w sytuacji, gdy  $Y_t = g(Y_{t-ly}^{t-1}, X_{t-lx}^{t-1})$  dla pewnej funkcji losowej  $g$ , warunek (3) jest oparty na założeniu, że w zależności  $g$  może istnieć składowa deterministyczna  $f$ , dzięki której, na mocy wcześniej zastosowanego rozumowania, możliwe jest efektywne wykorzystanie przeszłości  $X_t$  do prognozowania  $Y_t$ .

Niech C1, C2, C3 oraz C4 oznaczają następujące całki korelacyjne:

$$C1 = P\left\{\|Y_{t-ly}^t - Y_{s-ly}^s\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}, \quad (4a)$$

$$C2 = P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}, \quad (4b)$$

<sup>1</sup> Niespełnienie warunku (3) może również oznaczać, że lewa strona równania jest mniejsza od prawej. Oznacza to trudną do zinterpretowania sytuację, w której wiedza o przeszłości  $X_t$  utrudnia prognozowanie  $Y_t$ .

$$C3 = P\left\{\|Y_{t-ly}^t - Y_{s-ly}^s\| < \varepsilon\right\}, \quad (4c)$$

$$C4 = P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}. \quad (4d)$$

Z definicji prawdopodobieństwa warunkowego:

$$\frac{P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \mid \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}}{P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}} = \frac{P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon, \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}}{P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}}, \quad (5)$$

co z kolei z własności normy „supremum” równe jest:

$$\frac{P\left\{\|Y_{t-ly}^t - Y_{s-ly}^t\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}}{P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{t-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon\right\}}, \quad (6)$$

czyli  $\frac{C1}{C2}$ . Analogicznie:  $P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \mid \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{t-1}\| < \varepsilon\right\} = \frac{C3}{C4}$ . (7)

A zatem wzór (3) równoważny jest formule  $\frac{C1}{C2} = \frac{C3}{C4}$ . (8)

Wzór (8) jest podstawą procedury testowania występowania zależności przyczynowych w szeregach czasowych  $(x_t)$  i  $(y_t)$ .

Estymatorami całek korelacyjnych C1, C2, C3 oraz C4 są odpowiednio:

$$C1(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum \sum_{t < s} I(y_{t-ly}^t, y_{s-ly}^s, \varepsilon) I(x_{t-lx}^{t-1}, x_{s-lx}^{s-1}, \varepsilon), \quad (9a)$$

$$C2(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum \sum_{t < s} I(y_{t-ly}^{t-1}, y_{s-ly}^{s-1}, \varepsilon) I(x_{t-lx}^{t-1}, x_{s-lx}^{s-1}, \varepsilon), \quad (9b)$$

$$C3(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum \sum_{t < s} I(y_{t-ly}^t, y_{s-ly}^s, \varepsilon), \quad (9c)$$

$$C4(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum \sum_{t < s} I(y_{t-ly}^{t-1}, y_{s-ly}^{s-1}, \varepsilon), \quad (9d)$$

gdzie  $t, s = \max(lx, ly) + 1, \dots, T$ ,  $n = T - \max(lx, ly)$ ,  $T$ - długość szeregów czasowych.

Hiemstra i Jones (1994) udowodnili, że dla dowolnych stacjonarnych (w węższym sensie), słabo zależnych i spełniających warunki Denkera i Kellera (1983), procesów  $X_t$ ,  $Y_t$  oraz dla dowolnych  $lx, ly \geq 1$  i  $\varepsilon > 0$ , jeśli  $X_t$  nie jest przyczyną  $Y_t$ , to:

$$\sqrt{n} \left( \frac{C1(n)}{C2(n)} - \frac{C3(n)}{C4(n)} \right) \sim N(0, \sigma^2(lx, ly, \varepsilon)), \quad (10)$$

gdzie  $\sigma^2(lx, ly, \varepsilon)$  i jej estymator są zdefiniowane w dodatku artykułu Hiemstry i Jonesa.

Należy podkreślić, że metoda Hiemstry i Jonesa identyfikuje zależności przyczynowe różnej natury. Z tego powodu w celu identyfikacji zależności nieliniowych,

należy badaniu poddawać reszty z modelu VAR, tzn. dane pozbawione ewentualnych zależności liniowych.

Autorzy testu zalecają również, aby w drugiej kolejności dokonać normalizacji danych i w teście rozważyć wartości  $\varepsilon$  pomiędzy 0,5 a 1,5.

Modyfikacją metody Hiemstry i Jonesa jest statystyka  $T$  zaproponowana przez Diksa i Panchenkę (2004). Autorzy ci wykazali, że test Hiemstry i Jonesa prowadzi do nadmiernie częstego odrzucania hipotezy zerowej o braku przyczynowości. Powodem tej sytuacji jest brak równoważności pomiędzy formułami (1) i (3) (a w konsekwencji również i (8)), podczas gdy w istocie formuła (3) jest tylko implikacją warunku definicji Grangera.

Niech  $(X, Y, Z)$  oznacza wektor losowy postaci  $(X, Y, Z) = (X_{t-lx}^{t-1}, Y_{t-ly}^{t-1}, Y_t)$ , natomiast  $f$  funkcję gęstości prawdopodobieństwa. Diks i Panchenko dowodzą, że hipoteza zerowa oznacza, iż spełniona jest równość:

$$\frac{f_{X,Y,Z}(x, y, z)}{f_Y(y)} = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} \frac{f_{Y,Z}(y, z)}{f_Y(y)}, \quad (11)$$

podczas gdy kluczowa w teście Hiemstry i Jonesa formuła (8) jest równoważna równości:

$$\frac{E[f_{X,Y,Z}(X, Y, Z)]}{E[f_Y(Y)]} = \frac{E[f_{X,Y}(X, Y)]}{E[f_Y(Y)]} \frac{E[f_{Y,Z}(Y, Z)]}{E[f_Y(Y)]}, \quad (12)$$

gdzie  $E[f_W(W)] = \int f_W^2(s) ds$  i jest interpretowana jako miara koncentracji wektora losowego  $W$ .

Diks i Panchenko argumentują, że punktem wyjścia w analizie przyczynowości nie powinien być wzór (12), lecz formuła:

$$E\left[\frac{f_{X,Y,Z}(X, Y, Z)}{f_Y(Y)} - \frac{f_{X,Y}(X, Y)}{f_Y(Y)} \frac{f_{Y,Z}(Y, Z)}{f_Y(Y)}\right] = 0. \quad (13)$$

Zgodnie z tą koncepcją, autorzy statystyki  $T$  rozważają wyrażenie:

$$E\left[\left(\frac{f_{X,Y,Z}(X, Y, Z)}{f_Y(Y)} - \frac{f_{X,Y}(X, Y)}{f_Y(Y)} \frac{f_{Y,Z}(Y, Z)}{f_Y(Y)}\right)g(X, Y, Z)\right], \quad (14)$$

gdzie  $g$  jest dodatnią funkcją wagową. W przypadku braku przyczynowości wyrażenie to zeruje się, gdyż na mocy wzoru (13) wartość w nawiasie okrągłym jest równa zero.

W oparciu o przeprowadzone symulacje, Diks i Panchenko proponują przyjąć funkcję wagową  $g(x, y, z) = f_Y^2(y)$ . Wówczas formuła (14) przyjmuje postać:

$$E[f_{X,Y,Z}(X, Y, Z)f_Y(Y) - f_{X,Y}(X, Y)f_{Y,Z}(Y, Z)] \quad (15)$$

Jej estymatorem jest  $(2\varepsilon)^{-lx-ly-1}T_n$ , dla małego  $\varepsilon > 0$ , gdzie:

$$T_n = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_i \left[ \sum_{k \neq i} \sum_{j \neq i} (I_{ik}^{XYZ} I_{ij}^Y - I_{ik}^{XY} I_{ij}^{YZ}) \right] \quad (16)$$

oraz  $I_{ij}^W = I(W_i, W_j, \mathcal{E})$ .

Można udowodnić, że przy założeniu hipotezy o braku przyczynowości:

$$\sqrt{n} \frac{T_n}{S_n} \rightarrow N(0,1), \tag{17}$$

gdzie  $S_n$  jest zdefiniowane w dodatku artykułu Diksa i Panchenki.

## 2. ANALIZA SYMULACYJNA I EMPIRYCZNA

W celu porównania wyników testów Hiemstry i Jonesa oraz Diksa i Panchenki dokonano kilku symulacji oraz zbadano empiryczne szeregi finansowe dotyczące relacji między dziennymi obserwacjami stóp zwrotu z akcji oraz indeksów Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie i związanych z nimi wolumenów obrotu.

W pierwszej kolejności wygenerowano niezależnie szeregi czasowe  $(x_t)$ ,  $(y_t)$  o rozkładzie normalnym  $N(0,1)$ . Liczba obserwacji była równa 1000. W celu zastosowania omówionych statystyk wykorzystane zostały programy napisane oryginalnie przez Hiemstrę i Panchenkę, dostępne w Internecie.

Zgodnie z oczekiwaniami – w przypadku białych szumów – testy w zasadzie nie wykazywały zależności dla żadnych  $lx$  i  $ly$ , z wyjątkiem testu HJ, który wskazał na istnienie zależności dla 8-go opóźnienia (tablica 1).<sup>2</sup>

Tablica 1

Wyniki testowania przyczynowości nieliniowej dla niezależnych białych szumów

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,881	-0,930	0,092	0,326
2	0,704	0,297	-0,109	0,123
3	0,514	0,222	0,022	0,288
4	-0,120	-0,060	-0,957	-0,968
5	0,032	0,118	-0,277	-0,724
6	-0,091	-0,102	-0,753	-0,961
7	0,675	0,560	-0,652	-0,739
8	0,267	0,365	-1,068	<b>-1,867*</b>

Źródło: obliczenia własne

<sup>2</sup> W tablicach 1-12 symbol T oznacza wartość statystyki testu Diksa i Panchenki, zaś HJ – Hiemstry i Jonesa. Z kolei symbole \*, \*\*, \*\*\* oznaczają odrzucenie  $H_0$  na poziomie, odpowiednio, 10, 5 i 1%.

W kolejnym etapie wygenerowane zostały szeregi  $x_t$  i  $y_t$  (po 1000 obserwacji), związane relacją nieliniową zaproponowaną przez Baeka i Brocka, postaci  $x_t = ay_{t-p}x_{t-q} + \varepsilon_t$ , gdzie  $\varepsilon_t$  i  $y_t$  są niezależnymi szeregami  $N(0,1)$ . Wartości parametrów przyjęto na następującym poziomie  $a \in \{-0,5; 0,5\}$  oraz  $p, q \in \{1; 2\}$ .

Między badanymi szeregami nie wykryto zależności liniowej, stosując standardowy test Grangera w wersji LM. Jednakże stosując testy HJ oraz T widzimy wyraźne zależności nieliniowe. Wyniki testowania przedstawia tablica 2.

Tablica 2

Wyniki testowania przyczynowości nieliniowej dla modelu Baeka i Brocka

	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
$x_t = -0,5y_{t-2}x_{t-1} + \varepsilon_t$				
$lx=ly$	T	HJ	T	HJ
1	0,164	0,175	0,535	0,535
2	<b>3,079***</b>	<b>2,850***</b>	0,793	0,850
3	<b>2,700***</b>	<b>2,448**</b>	0,266	0,420
4	1,579	1,582	0,921	1,087
5	1,367	1,639	0,749	0,978
6	1,090	1,567	0,229	0,536
7	0,336	1,037	-0,506	-0,299
8	0,052	0,698	-1,025	-1,000
$x_t = 0,5y_{t-2}x_{t-1} + \varepsilon_t$				
1	<b>1,922*</b>	<b>2,021**</b>	-0,923	-0,716
2	<b>5,046***</b>	<b>4,836***</b>	0,093	0,179
3	<b>3,455***</b>	<b>3,672***</b>	0,350	0,451
4	<b>2,678***</b>	<b>3,033***</b>	0,219	0,368
5	<b>2,455**</b>	<b>3,222***</b>	-0,662	0,196
6	<b>2,219**</b>	<b>2,832***</b>	-0,309	-0,009
7	<b>2,156**</b>	<b>2,748***</b>	-1,002	-0,711
8	1,218	<b>2,009**</b>	<b>-1,738*</b>	-1,509
$x_t = -0,5y_{t-1}x_{t-2} + \varepsilon_t$				
1	<b>5,811***</b>	<b>5,856***</b>	0,827	1,003
2	<b>4,830***</b>	<b>4,645***</b>	0,538	0,660
3	<b>4,054***</b>	<b>4,175***</b>	0,455	0,689
4	<b>2,843***</b>	<b>3,077***</b>	0,819	0,995
5	<b>2,643***</b>	<b>3,146***</b>	0,072	0,606

Tablica 2 c.d.

6	<b>2,594***</b>	<b>2,987***</b>	0,061	0,555
7	<b>1,678*</b>	<b>2,332**</b>	-0,725	-0,690
8	0,797	1,490	-0,912	-1,131
$x_t = 0,5y_{t-1}x_{t-2} + \varepsilon_t$				
1	<b>4,377***</b>	<b>4,525***</b>	0,066	0,228
2	<b>3,655***</b>	<b>3,557***</b>	0,366	0,665
3	<b>2,984***</b>	<b>2,933***</b>	0,011	0,261
4	<b>1,782*</b>	<b>1,867*</b>	0,371	0,795
5	1,060	1,385	-0,164	0,606
6	0,423	0,784	-0,164	0,447
7	0,118	0,568	-1,069	-0,691
8	0,153	0,507	-1,286	-0,991
$x_t = -0,5y_{t-1}x_{t-1} + \varepsilon_t$				
1	<b>5,195***</b>	<b>4,756***</b>	-0,505	-0,386
2	<b>3,778***</b>	<b>3,527***</b>	-0,175	0,009
3	<b>2,717***</b>	<b>2,509**</b>	-0,284	-0,062
4	<b>2,048**</b>	<b>2,133**</b>	0,233	0,670
5	<b>1,946*</b>	<b>2,464**</b>	-0,273	0,343
6	<b>1,956*</b>	<b>2,312**</b>	-0,252	-0,030
7	1,154	<b>1,847*</b>	-0,716	-0,497
8	0,654	1,326	-0,336	-0,568
$x_t = 0,5y_{t-1}x_{t-1} + \varepsilon_t$				
1	<b>4,913***</b>	<b>4,751***</b>	0,824	0,962
2	<b>3,545***</b>	<b>3,556***</b>	0,788	0,890
3	<b>2,398**</b>	<b>2,607***</b>	0,741	0,865
4	<b>1,954*</b>	<b>2,188**</b>	0,665	0,840
5	1,278	<b>1,683*</b>	0,499	1,074
6	0,684	0,939	0,574	0,936
7	1,164	1,383	-0,190	0,052
8	0,437	0,955	<b>-1,860*</b>	-1,243

Źródło: obliczenia własne

Finansowe implikacje nieliniowej zależności przyczynowej w sensie Grangera zostały zbadane na przykładzie relacji między stopami zwrotu z akcji i indeksów

giełdowych oraz odpowiadającymi im wolumenami obrotu. Jest to podstawowa relacja na rynku kapitałowym.

W literaturze (Hiemstra i Jones (1994)) wskazuje się na występowanie zależności przyczynowej w obu kierunkach. Jedno z wyjaśnień polega na tym, że napływająca sekwencyjnie informacja powoduje autokorelację w szeregach zwrotów oraz wolumenów obrotu. Wynika stąd, iż obydwa szeregi mogą wzajemnie wyjaśniać swoją dynamikę w krótkim okresie. Silvapulle i Choi (1999) zastosowali test HJ do danych koreańskich, znajdując tam wzajemne nieliniowe relacje przyczynowe.

W prezentowanym badaniu przeanalizowane zostały relacje przyczynowe między logarytmicznymi stopami dziennych zmian cen i obrotów spółek: Agora, KGHM, PKN oraz indeksów ogólnych: WIG, WIG20 i branżowych: WIG-banki, WIG-bud, WIG-info, WIG-spożyw, obserwowanych w okresie 2.01.2001–28.11.2005.

W przypadku szeregów empirycznych zastosowano następującą procedurę krokową, filtrującą ewentualne zależności w warunkowej wariancji oraz zależności liniowe. Kolejne etapy procedury były następujące:

1. przefiltrowanie modelem GARCH(1,1) i wyliczenie reszt standaryzowanych,
2. eliminacja zależności liniowych – model VAR,
3. normalizacja otrzymanych szeregów  $u_t = (x_t - \bar{x}) / S(x)$ ,
4. obliczenie wartości statystyk HJ oraz T dla  $\varepsilon = 1,5$ ,
5. porównanie z wartościami krytycznymi  $N(0,1)$  – rozkład dwustronny.

Wyniki testowania przyczynowości przedstawione zostały w tablicach 3-12. We wszystkich przypadkach przyjęto następujące oznaczenia:  $x_t$  – logarytmiczne stopy dziennych zmian cen/poziomów,  $y_t$  – logarytmiczne stopy dziennych zmian wartości obrotów.

Tablica 3

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla spółki Agora /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	1,246	1,102	<b>-1,806*</b>	-1,619
2	0,701	0,644	<b>-2,893***</b>	<b>-2,736***</b>
3	-0,036	-0,042	<b>-1,931*</b>	<b>-1,895*</b>
4	-0,230	-0,119	<b>-1,782*</b>	<b>-1,835*</b>
5	-0,672	-0,457	-0,580	-0,770
6	0,130	0,416	-0,477	-0,816
7	0,048	0,050	-0,143	-0,641
8	-0,553	-0,262	-1,070	-1,516

Źródło: obliczenia własne



Tablica 4

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla spółki KGHM /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,052	-0,011	-1,593	-1,635
2	0,854	1,008	-0,924	-1,394
3	1,317	1,437	-1,481	<b>-2,094**</b>
4	0,797	0,960	-1,096	<b>-1,843*</b>
5	-0,096	0,085	-0,738	-1,237
6	-0,002	0,026	-0,532	-1,268
7	0,427	0,153	-0,803	-1,476
8	0,222	-0,257	-1,067	<b>-1,670*</b>

Źródło: obliczenia własne

Tablica 5

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla spółki PKN /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$Lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-1,466	-1,464	-0,487	-0,708
2	-1,272	-1,369	-0,576	-1,063
3	-0,921	-0,941	0,027	-0,631
4	-1,357	-1,424	-0,594	-0,893
5	-1,435	-1,608	-0,589	-0,947
6	-1,410	-1,454	0,161	-0,449
7	-0,989	-1,098	-0,358	-0,597
8	<b>-1,851*</b>	<b>-1,972**</b>	-0,122	-0,263

Źródło: obliczenia własne

Z tabeli 3 wynika, że wielkości zmian obrotów są zdeterminowane wcześniejszymi zmianami cen, przy czym wskazuje na to zarówno test T jak i HJ. Zależność taka jest naturalna, gdyż inwestorzy na bieżąco analizują zmiany cen, dostosowując do nich swe decyzje dotyczące kupna i sprzedaży. W tablicach 4 i 5 można zaobserwować incydentalnie pojawiające się przypadki odrzucenia hipotezy o braku przyczynowości nieliniowej. Warto także zwrócić uwagę, że w przypadku spółek nie wystąpiły liniowe zależności przyczynowe. W przypadku indeksów giełdowych zależności o charakterze liniowym miały miejsce, przy czym zmiana indeksu determinowała zmianę wolumenu obrotów.

Tablica 6

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG /Model VAR:  $x$  wpływa na  $y$ ; w przeciwnym kierunku brak/

$lx=ly$	$H_0: y$ nie jest przyczyną $x$		$H_0: x$ nie jest przyczyną $y$	
	T	HJ	T	HJ
1	0,360	0,368	-0,909	-0,818
2	0,211	0,281	<b>-2,362**</b>	<b>-2,327**</b>
3	0,386	0,419	<b>-2,575***</b>	<b>-2,656***</b>
4	0,278	0,212	-1,501	-1,395
5	0,759	0,790	-0,234	0,033
6	0,924	0,811	-0,863	-0,910
7	1,294	1,154	-0,934	-1,167
8	-0,002	0,004	-0,101	-0,649

Źródło: obliczenia własne

Tablica 7

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG20 /Model VAR:  $x$  wpływa na  $y$ ; w przeciwnym kierunku brak/

$lx=ly$	$H_0: y$ nie jest przyczyną $x$		$H_0: x$ nie jest przyczyną $y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,467	-0,435	<b>-2,383**</b>	<b>-2,380**</b>
2	0,149	0,225	<b>-3,736***</b>	<b>-3,736***</b>
3	-0,256	-0,170	<b>-4,135***</b>	<b>-4,456***</b>
4	-0,492	-0,470	<b>-2,495**</b>	<b>-2,469**</b>
5	0,647	0,709	-0,575	-0,423
6	0,270	0,169	-1,389	-1,571
7	0,712	0,725	-1,505	<b>-1,640*</b>
8	-0,714	-0,804	-0,740	-0,986

Źródło: obliczenia własne

Tablica 8

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG-banki /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,665	-0,778	0,539	0,792
2	0,140	0,110	-0,908	-0,667
3	0,170	0,102	-1,261	-1,262
4	0,310	0,268	-0,969	-0,772
5	1,115	1,318	-1,186	-0,893
6	0,735	0,782	-1,602	<b>-1,800*</b>
7	0,480	0,553	-1,317	<b>-1,923*</b>
8	0,359	-0,007	<b>-1,662*</b>	<b>-2,518**</b>

Źródło: obliczenia własne

Tablica 9

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG-bud /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,837	-0,918	-0,520	-0,563
2	-1,259	-1,225	0,241	0,115
3	0,062	0,041	-0,878	-1,008
4	-0,191	-0,174	-1,299	-1,293
5	-0,765	-0,799	-1,213	<b>-1,668*</b>
6	-0,501	-0,636	-0,944	-1,308
7	-0,091	-0,025	-0,501	-0,866
8	-0,008	-0,098	-0,078	-0,529

Źródło: obliczenia własne

Tablica 10

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG-info /Model VAR:  $x$  wpływa na  $y$ ; w przeciwnym kierunku brak/

$lx=ly$	$H_0: y$ nie jest przyczyną $x$		$H_0: x$ nie jest przyczyną $y$	
	T	HJ	T	HJ
1	0,260	0,291	-0,082	0,057
2	-1,035	-0,895	<b>-1,675*</b>	<b>-1,822*</b>
3	-0,573	-0,338	-1,191	-1,150
4	-0,251	-0,062	-1,007	-0,998
5	0,132	0,137	-0,756	-0,614
6	-0,513	-0,642	-0,863	-1,159
7	-0,654	-0,456	-1,447	-1,563
8	-1,612	<b>-1,707*</b>	-1,048	-1,212

Źródło: obliczenia własne

Tablica 11

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG-spożyw /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y$ nie jest przyczyną $x$		$H_0: x$ nie jest przyczyną $y$	
	T	HJ	T	HJ
1	-0,227	-0,192	-1,117	-1,057
2	0,279	0,370	-1,079	-1,235
3	-0,003	0,166	-1,259	-1,327
4	-0,328	-0,144	-0,666	-1,031
5	0,499	0,656	-0,377	-0,709
6	0,777	1,175	0,933	0,606
7	0,205	0,601	1,603	1,428
8	-0,281	0,328	1,100	1,309

Źródło: obliczenia własne

Tablica 12

Wyniki testowania przyczynowości między stopą zmian cen a stopą zmian wolumenów obrotu dla indeksu WIG-telkom /Model VAR: brak przyczynowości liniowej w obu kierunkach/

$lx=ly$	$H_0: y \text{ nie jest przyczyną } x$		$H_0: x \text{ nie jest przyczyną } y$	
	T	HJ	T	HJ
1	<b>-1,742*</b>	<b>-1,742*</b>	<b>-1,662*</b>	<b>-1,953*</b>
2	-1,367	-1,366	<b>-2,481**</b>	<b>-2,777***</b>
3	-1,625	<b>-1,890*</b>	<b>-3,337***</b>	<b>-3,632***</b>
4	<b>-2,486**</b>	<b>-2,595***</b>	-1,541	<b>-2,096**</b>
5	-1,018	-1,452	-0,885	-1,570
6	-0,520	-1,043	-0,316	-0,919
7	-0,267	-0,727	-0,927	-1,402
8	-0,862	-1,402	0,661	-0,505

Źródło: obliczenia własne

Analizując wyniki otrzymane indeksów giełdowych można wskazać, że indeksy globalne takie jak WIG i WIG20 wykazywały nieliniowe zależności przyczynowe w kierunku od zmian cen do zmian obrotów. Indeksy branżowe – poza WIG-banki i WIG-telkom - wykazywały na ogół brak przyczynowości w obu kierunkach. Zupełnie odmienne zachowanie odnotowano w przypadku WIG-telkom, w przypadku którego istotna okazała się zależność przyczynowa w obu kierunkach. Wydaje się, że powyższe zależności mogą być wypadkową aktywności inwestorów i płynności rynku, stąd dla WIG-telkom zaobserwowano zależności występujące na rozwiniętych rynkach kapitałowych.

## PODSUMOWANIE

Baek i Brock zaproponowali uniwersalne podejście do zdefiniowania i analizy nieliniowej przyczynowości w sensie Grangera. Hiemstra i Jones zmodyfikowali tę metodologię, upraszczając założenia co do badanych procesów. Ponadto zaproponowali oni procedurę filtrującą zależności wynikające ze zmienności wariancji warunkowej oraz z liniowych zależności przyczynowych. Najnowszych modyfikacji dokonali Diks i Panchenko w ostatnich latach, którzy skoncentrowali się na zgodności definicji przyczynowości nieliniowej z pierwotną zaproponowaną przez Grangera. Wykazali oni ponadto, że z powodu tych nieścisłości, test HJ zbyt często odrzucał hipotezę zerową.

W chwili obecnej, poza niedoskonałością samej metody, źródłem błędów wniosowania wydaje się przyjęcie procedury filtrującej zależności liniowe. Ich

niewłaściwa specyfikacja może prowadzić do zakłócenia relacji nieliniowych. Celem referatu było porównanie wyników testów Hiemstry i Jonesa oraz Diksa i Panchenki na danych generowanych oraz zbadanie czy w rzeczywistych szeregach finansowych mają miejsce zależności nieliniowe. W przypadku danych generowanych (niezależne białe szumy oraz model Baeka i Brocka) otrzymano rezultaty zgodne z oczekiwanymi. Jeśli chodzi o badanie zależności przyczynowych między zmianami cen a zmianami obrotów na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, to na ogół zmiany cen determinowały zmiany obrotów. W przypadku spółek nie odnotowano liniowej przyczynowości w sensie Grangera, natomiast w przypadku indeksów zależności nieliniowe występowały także po eliminacji pozytywnie zweryfikowanych związków liniowych. Dla indeksu branżowego WIG-telkom wskazano na istnienie przyczynowości w obu kierunkach. Test HJ rzeczywiście wykazywał pewną skłonność do odrzucania  $H_0$ , częściej niż test T. Otrzymane wyniki sugerują konieczność prowadzenia szczegółowych badań w tym zakresie, a także rozważenia nieliniowych specyfikacji modeli wykorzystywanych na rynkach kapitałowych.

#### LITERATURA

1. Baek E.G., Brock W.A. (1992), A general test for nonlinear Granger causality: Bivariate model. Technical Report. Iowa State University and University of Wisconsin, Madison.
2. Denker M., Keller G. (1983), On U-statistics and von Mises' statistics for weakly dependent processes. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 64.
3. Diks C., Panchenko V. (2004), A new statistic and practical guidelines for nonparametric Granger causality testing. Center for Nonlinear Dynamics in Economics and Finance. Working Paper.
4. Granger C.W.J. (1969), Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37.
5. Granger C.W.J., Huang B-H, Yang Ch-W. (2000), A bivariate causality between stock prices and exchange rates: evidence from recent Asian flu. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 40.
6. Hiemstra C., Jones J.D. (1994), Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price volume relation. *Journal of Finance*, 49.
7. Jorion P. (1990), The exchange rate exposure of US multinationals. *Journal of Business*, 63.
8. Silvapulle P., Choi J-S. (1999), Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price – volume relation: Korean evidence. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 39.